



UNIVERSITATEA NAȚIONALĂ DE ȘTIINȚĂ ȘI  
TEHNOLOGIE  
POLITEHNICA BUCUREȘTI



ȘCOALA DOCTORALĂ DE INGINERIE ELECTRICĂ

# REZUMAT TEZĂ DE DOCTORAT

## Modele numerice pentru analiza mașinilor electrice cu magneti permanenți

**Doctorand:**

ing. Teodor-Ionuț ICHIM

**Conducător științific:**

prof. dr. ing. Laurențiu-Marius Dumitran

BUCUREȘTI  
2025

## CUPRINS

<b>1. NOȚIUNI INTRODUCTIVE .....</b>	<b>4</b>
1.1. SCOPUL LUCRĂRII .....	4
1.2. CONȚINUTUL LUCRĂRII .....	5
<b>2. ELEMENTE GENERALE PRIVIND MOTOARELE PAS CU PAS HIBRIDE .....</b>	<b>6</b>
2.1. CLASIFICAREA MOTOARELOR PAS CU PAS .....	7
2.1.1. Motoarele pas cu pas cu reluctanță variabilă .....	7
2.1.2. Motoarele pas cu pas cu magneți permanenți .....	7
2.1.3. Motoarele pas cu pas hibride .....	7
<b>3. MODELAREA NUMERICĂ A MPP HIBRID .....</b>	<b>8</b>
3.2. MODELE NUMERICE HIBRIDE UTILIZATE PENTRU STUDIUL MPP HIBRID .....	9
3.3. MODELAREA TRIDIMENSIONALĂ A MPP HIBRID UTILIZÂND FORMULĂRILE ÎN $A$ ȘI $V_m$ .....	9
3.3.1. MPP hibrid modelat cu ajutorul formulării combinate $A-V_m$ .....	9
3.4. ALEGerea TIPULUI DE ELEMENTE FINITE .....	11
3.5. METODE DE REZOLVARE A SISTEMELOR MATRICEALE DE DIMENSIUNI FOARTE MARI .....	11
3.6. ANALIZA COMPARATIVĂ A UNOR METODE ITERATIVE UTILIZATE PENTRU REZOLVAREA SISTEMELOR MATRICEALE DE DIMENSIUNI MARI .....	11
3.6.1. Comparatie între anumite metode de rezolvare a sistemelor matriceale liniare când sunt folosite diferite tipuri de preconditionări .....	12
3.6.2. Convergența metodei iterative FGMRES atunci când sunt folosite diferite metode de preconditionare .....	12
3.6.3. Convergența metodelor iterative FGMRES și CG pentru sisteme liniare cu număr diferit de necunoscute .....	12
3.6.4. Convergența metodelor iterative FGMRES și CG pentru sisteme neliniare .....	13
<b>4. ANALIZA NUMERICĂ A UNUI MPP HIBRID BIFAZAT CU CIRCUIT MAGNETIC MASIV .....</b>	<b>14</b>
4.1. STUDIUL MPP HIBRID BIFAZAT FOLOSIND MODELUL SIMPLIFICAT .....	14
4.1.1. Analiza influenței lățimii dinților .....	15
4.1.2. Influența înălțimii magnetului permanent .....	15
4.1.3. Influența spațiului dintre coroanele rotorice asupra cuplului .....	15
4.1.4. Optimizarea răspunsului dinamic al motorului .....	15
4.1.5. Calculul cuplului de agățare .....	16
4.1.6. Influența dimensiunii întrefierului .....	16
4.1.7. Caracteristica cuplului de menținere funcție de curent .....	16
4.2. OPTIMIZAREA CONSTRUCTIVĂ A MPP HIBRID CU STATORUL ȘI ROTORUL REALIZATE DIN MATERIAL MASIV UTILIZÂND MODELUL NUMERIC 3D EXTINS .....	16
4.2.1. Detalii ale modelului tridimensional extins al MPP hibrid .....	16
4.2.2. Criteriile utilizate pentru optimizarea constructivă a MPP hibrid .....	17
4.2.4. Influența înălțimii magnetului permanent .....	17
4.2.5. Modificarea întrefierului dintre coroanele rotorice .....	18
4.2.6. Influența înălțimii tălpii polare .....	19
4.2.8. Influența înălțimii jugului statoric .....	19
4.2.9. Compararea modelelor studiate .....	20

4.3. MPP HIBRIDE CU NUMĂR MULTIPLU DE PACHETE ROTORICE ȘI NUMĂR DIFERIT DE POLI ÎN STATOR .....	20
4.3.1. <i>Influența numărului de pachete rotorice asupra cuplului de menținere</i> .....	20
4.3.1.1. MPP hibrid cu un pachet rotorice (single-stack) .....	21
4.3.1.3. MPP hibrid cu trei pachete rotorice (triple-stack).....	21
4.3.2. <i>MPP hibride bifazate cu număr diferit de poli în stator</i> .....	22
4.3.2.1. Condițiile de comparație a topologiilor constructive studiate .....	22
4.3.2.2. MPP hibrid cu 12 poli și două pachete rotorice .....	22
4.3.2.4. MPP hibrid cu 24 poli cu două pachete rotorice .....	24
4.3.2.5. MPP hibrid cu 40 poli cu două pachete rotorice .....	24
<b>5. ANALIZA UNUI MPP HIBRID ANIZOTROP CU STATORUL REALIZAT DIN TOLE ȘI ROTORUL DIN MATERIAL MASIV UTILIZÂND MODELUL NUMERIC 3D EXTINS .....</b>	<b>25</b>
5.1. INFLUENȚA FACTORULUI DE ÎMPACHETARE A PACHETULUI DE TOLE ASUPRA CUPLULUI DE MENȚINERE .....	26
5.2. INFLUENȚA DIMENSIUNII ÎNTREFIERULUI ASUPRA CUPLULUI DE MENȚINERE.....	26
5.3. COMPARAȚIE ÎNTRE MODELELE IZOTROP (STATOR MASIV) ȘI ANIZOTROP (STATOR DIN TOLE) ALE MPP HIBRID .....	27
5.4. OPTIMIZAREA MPP HIBRID CU STATORUL DIN TOLE .....	28
<b>6. ANALIZA CUPLULUI DE RELUCTANȚĂ A MPP HIBRID .....</b>	<b>29</b>
6.1. MODELUL NUMERIC 3D AL MPP HIBRID FORMULAT CU POTENȚIAL MAGNETIC VECTOR A .....	29
6.2. MODELUL NUMERIC AL MPP HIBRID DEFINIT CU AJUTORUL POTENȚIALULUI MAGNETIC SCALAR $V_M$ .....	30
6.3. COMPARAȚIA DINTRE MODELUL NUMERIC DEFINIT CU POTENȚIAL MAGNETIC VECTOR A ȘI CEL DEFINIT CU POTENȚIALUL MAGNETIC SCALAR $V_M$ .....	31
6.4. COMPARAȚIE ÎNTRE CUPLUL DE RELUCTANȚĂ AL MPP HIBRID CU STATOR DIN TOLE, CU CEL AL MPP CU STATOR MASIV .....	31
<b>7. REALIZAREA EXPERIMENTALĂ ȘI TESTAREA UNUI MPP HIBRID BIFAZAT CU STATORUL REALIZAT DIN TOLE.....</b>	<b>31</b>
7.1. EXECUȚIA MPP HIBRID .....	32
7.3. VALIDAREA EXPERIMENTALĂ A MPP HIBRID BIFAZAT STUDIAT .....	32
7.3.1. <i>Platforma de testare al MPP hibrid</i> .....	32
7.3.2. <i>Măsurarea cuplurilor parazite</i> .....	33
7.3.2.1. Măsurarea cuplului de frecare a bancului de probă .....	33
7.3.2.2. Măsurarea cuplului total cu MPP hibrid nealimentat .....	34
7.3.2.3. Determinarea curbei cuplului de reluctanță .....	34
7.3.3. <i>Determinarea caracteristicii statice a cuplului MPP hibrid</i> .....	35
7.3.4. <i>Comparația dintre rezultatele numerice și rezultatele experimentale</i> .....	36
7.3.4.1. Cuplul de reluctanță.....	36
7.3.4.2. Cuplul de menținere.....	37
<b>8. CONSIDERENTE FINALE .....</b>	<b>37</b>
8.1 REZULTATE OBTINUTE .....	37
8.2 CONTRIBUȚII ORIGINALE.....	38
8.3 LISTA LUCRĂRILOR PUBLICATE.....	39
8.4 PERSPECTIVE DE DEZVOLTARE ULTERIOARĂ.....	41
<b>9. BIBLIOGRAFIE SELECTIVĂ.....</b>	<b>42</b>

## 1. NOȚIUNI INTRODUCTIVE

Din momentul descoperirii lor și până în prezent, mașinile electrice au avut o evoluție constantă, devenind componente esențiale în numeroase aplicații industriale și comerciale. Un factor principal în această evoluție l-a constituit dezvoltarea și utilizarea tot mai frecventă a magneților permanenți. Totodată, integrarea microcontrolerelor a permis o mai bună gestionare a funcționării acestor mașini, ceea ce a dus la o creștere semnificativă a randamentului și preciziei în funcționare.

Înțelegerea unitară a funcționării mașinilor electrice și proiectarea acestora ca un sistem integrat, împreună cu sistemul de acționare, a permis o diversificare și dezvoltare sporită a mașinilor electrice. Astfel, s-a ajuns ca mașinile electrice de puteri mari, utilizate în tracțiunea electrică, precum și generatoarele electrice de puteri mari, să fie construite cu magneți permanenți, o soluție care anterior era viabilă doar pentru mașinile de puteri mici. În același timp, mașinile de dimensiuni reduse, utilizate ca traductoare sau actuatori, au devenit din ce în ce mai precise și mai compacte, datorită progreselor tehnologice privind materialele și metodele de fabricație. Dintre toate mașinile electrice, doar mașinile asincrone (sau de inducție) nu pot fi realizate cu magneți permanenți.

### 1.1. SCOPUL LUCRĂRII

Așa cum este cunoscut, majoritatea mașinilor electrice cu construcție clasică au simetrie axială și pot fi studiate cu ajutorul modelelor bidimensionale, prin analiza distribuției câmpului electromagnetic într-o secțiune transversală a mașinii. Dintre mașinile electrice studiate, cele mai complexe rămân însă motoarele cu câmp axial, precum *mașina sincronă cu poli în gheară*, sau *motorul hibrid pas cu pas*. În lipsa simetriei câmpului magnetic din aceste mașini, acesta având atât componentă transversală cât și axială, analiza numerică nu poate fi realizată decât cu ajutorul modelelor tridimensionale.

De aceea autorul și-a ales ca studiu de caz analiza unui motor pas cu pas (MPP) hibrid bifazat. Complexitatea modelării și dificultatea optimizării unui asemenea tip de motor fac din concluziile specifice ale acestei cercetări doctorale și ale celor conținute în această lucrare, rezultate importante și relevante nu numai pentru acest tip de mașină, dar și pentru modelarea și optimizarea numerică a mașinilor electrice cu ajutorul calculatorului în general. Un prototip al motorului pas cu pas hibrid de la care a plecat studiul acestei lucrări de doctorat a fost realizat și testat experimental la ICPE S.A., departamentul MESSICO.

În mod tradițional, proiectarea MPP s-a bazat pe cunoștințe empirice și calcule analitice, sau utilizând modele numerice bidimensionale pentru a analiza zona întrefierului și a regiunii dinților motorului [1-3]. Un alt factor de creștere a complexității modelării și optimizării numerice a MPP hibrid este cauzată de anizotropia magnetică a circuitului magnetic realizat din tole [4].

Un alt aspect studiat a fost calculul și măsurarea cuplului de dantură și a cuplurilor parazite ale unui MPP hibrid. Aceste cupluri de valoare redusă sunt dificil de calculat prin modelare

numerică, însă sunt importante pentru mecanisme fine, precum cele utilizate în aplicații spațiale.

## 1.2. CONȚINUTUL LUCRĂRII

În prima parte a lucrării autorul intenționează să prezinte cât mai acoperitor aspectele generale privind construcția, comanda și domeniul de utilizare a MPP. Explicații mai detaliate sunt oferite pentru MPP hibrid bifazat, varianta studiată în lucrare.

În partea imediat următoare autorul prezintă aspecte importante modelării numerice cu ajutorul MEF. Sunt prezentate metodele de calcul din lucrări științifice anterioare, axate pe reducerea volumului și timpului de calcul, precum metodele bidimensionale hibride utilizând circuite magnetice echivalente sau bariere de flux magnetice virtuale pentru a înlocui fluxul magnetic axial [3,5-8].

În capitolul următor autorul își propune să analizeze metodele de rezolvare a sistemelor matriceale de dimensiuni mari, cele mai eficiente, cu consum redus de memorie și timpi mai mici de calcul. Sunt analizate multiple metode iterative de rezolvare ce utilizează diferiți algoritmi de preconditionare a matricei coeficienților.

Apoi, s-au analizat modele bazate pe combinarea formulării cu ajutorul potențialului magnetic scalar  $V_m$  și cu potențialul magnetic vector  $\mathbf{A}$ , prin alipirea domeniilor definite cu cele două potențiale și impunerea unei condiții de continuitate. Odată stabilite metodele de rezolvare cele mai potrivite și formulările cele mai avantajoase, autorul prezintă patru modele succesive ale MPP hibrid studiat:

1. Modelul MPP hibrid izotrop tridimensional, un *model simplificat*, fără considerarea câmpului de scăpări, în formulare mixtă cu ajutorul potențialului magnetic scalar și vector, cu suprafață de alunecare la nivelul întrefierului pentru modelarea mișcării rotorului.
2. Modelului anterior i care s-a adăugat un domeniu de aer în jurul motorului și geometria capetelor de bobină pentru a studia efectul câmpului magnetic de scăpări, și reprezintă *modelul extins*.
3. Modelul tridimensional anterior, cu considerarea câmpului magnetic de scăpări, a fost modificat pentru studiul unui MPP hibrid cu statorul realizat din tole. Modelul prezintă anizotropie magnetică în stator (permeabilitatea magnetică după direcție axială este mult redusă față de valorile după celelalte două direcții) și a fost numit *modelul extins anizotrop*.
4. Al patrulea model este foarte rezolut, cu un număr foarte mare de elemente finite, utilizând fie potențialul magnetic scalar, fie potențialul vector. Modelul a fost utilizat pentru calculul cuplului de dantură a MPP hibrid.

Față de lucrări similare care s-au axat pe analiza formei dinților asupra cuplului de menținere a MPP hibrid [10-15], în această lucrare se prezintă o analiză mai detaliată în care sunt luați în considerare mai mulți parametrii geometrici constructivi, precum geometria magnetului permanent plasat în rotor, lățimea polului, înălțimea tălpii polare, a jugului statorului, etc. Este studiată influența dimensiunii întrefierului asupra cuplului dezvoltat de

motor. În plus se prezintă o analiză a reducerii cuplului de agățare prin modificarea pasului dentar al dinților statorului față de pasul dentar din rotor.

Folosind *modelul extins izotrop*, s-a realizat o analiză a unor topologii constructive diferite ale MPP hibrid cu statorul realizat din material masiv. Astfel, s-a calculat cuplul de menținere al unor MPP hibride cu un număr diferit de poli/crestături în stator, cu propunerea unui algoritm de calcul al unghiurilor de dispunere a polilor pentru o aliniere corectă a dinților din stator cu cei din rotor. De asemenea, s-a analizat influența numărului de pachete rotorice asupra cuplului de menținere, păstrând anvelopa geometrică a motorului inițial.

*Modelul extins anizotrop* a fost utilizat pentru analiza MPP hibrid bifazat cu statorul realizat din tole. Astfel, s-a studiat influența factorului de împachetare a tolelor asupra cuplului de menținere. Motorul anizotrop a fost apoi optimizat, obținându-se o creștere cu aproape 30% a cuplului motorului inițial.

Un alt aspect studiat îl reprezintă calculul cuplului de dantură prin modelare numerică. Soluția găsită în această teză de doctorat pentru calculul acestui cuplu a fost utilizarea de modele tridimensionale bazate pe MEF cu rețele de discretizare din ce în ce mai fine, cu zeci de milioane de necunoscute.

În partea finală autorul validează analiza numerică cu ajutorul MEF a unui MPP hibrid anizotrop, prin compararea rezultatelor numerice cu datele măsurate experimental. Autorul prezintă concluzii privind măsurătorile experimentale ale cuplului de dantură și ale cuplurilor parazite măsurate pe bancul de probă, cupluri cu valori foarte mici, dar importante pentru motoarele folosite în mecanisme fine, de precizie.

## **2. ELEMENTE GENERALE PRIVIND MOTOARELE PAS CU PAS HIBRIDE**

Motoarele pas cu pas (MPP) sunt mașini sincrone cu reluctanță variabilă. Toate cele trei variante constructive ale MPP, respectiv MPP cu reluctanță variabilă, MPP cu magneți permanenți și MPP hibrid au în comun faptul că deplasarea rotorului se face cu pași discreți cu valoare egală, de unde și numele de motoare pas cu pas [16]. În general, datorită faptului că perioada cuplului de reluctanță este de două ori mai mică decât a cuplului la ax, MPP cu reluctanță variabilă pot atinge viteze mai mari decât MPP hibride ale căror cupluri de reluctanță au o perioadă electrică de patru ori mai mică decât perioada cuplului electromagnetic. În același timp, magneții permanenți plasați din rotorul MPP hibrid asigură un cuplaj magnetic mai puternic și cupluri mai mari.

Din punct de vedere constructiv, MPP hibrid este o combinație între cele două variante de MPP, de unde și numele său, având, în construcție clasică, atât magneți permanenți cât și dantură/poli ce creează reluctanță variabilă în funcționare. Față de celelalte două variante MPP hibrid este construit cu mulți dinți și, similar cu mașina sincronă cu poli în gheară, numărul de dinți de pe o armătură a rotorului reprezintă numărul de perechi de poli. Pasul mic de deplasare înseamnă viteze reduse, MPP hibrid fiind astfel preferat în aplicații la care precizia de

deplasare este foarte importantă [17] și/sau în cazuri în care se dorește obținerea unor cupluri ridicate la turație redusă [18].

Prin diversitatea lor constructivă, MPP pot produce cupluri la ax într-un interval larg, plecând de la valori în jurul lui  $1\mu\text{Nm}$  (la motoare foarte mici cu diametre exterioare de până la 3mm), până la 40 Nm (în aplicații industriale, în principal pentru mașini unelte), cu diametre de până la 150 mm, [19]. De asemenea, MPP cu reluctanță variabilă pot atinge ușor turații de 20.000 pași/s. În schimb, utilizând -o tehnică de micro-pășire, MPP hibride efectua și pași de deplasare de numai  $0,036^\circ$  [20].

## **2.1.CLASIFICAREA MOTOARELOR PAS CU PAS**

### **2.1.1. Motoarele pas cu pas cu reluctanță variabilă**

Din punct de vedere al construcției, motoarele pas cu pas cu reluctanță variabilă pot fi clasificate în:

- ✓ MPP cu reluctanță variabilă cu un singur rotor;
- ✓ MPP cu reluctanță variabilă cu rotor multiplu.

MPP cu reluctanță variabilă și un singur rotor pot avea uzual unghiuri de pășire cuprinse între câteva grade și  $45^\circ$  și viteze uzuale între 1000 și 20.000 pași/s [22,23].

Un MPP cu reluctanță variabilă cu rotor multiplu este construit cu mai multe rotoare dințate conectate pe același ax care au același număr de dinți, și deci și cu același pas dentar.

MPP cu reluctanță variabilă au avantajul unei construcții robuste, nu au nevoie de magneți sau înfășurări în rotor, au moment de inerție redus față de mașinile cu înfășurări în rotor și, deși au pasul de deplasare mai mic decât al MPP hibrid, pot funcționa la turații mult mai mari ca acesta. MPP cu reluctanță variabilă și rotor multiplu poate ajunge să aibă până la șapte rotoare și deci șapte faze. De obicei aceste motoare au pasul unghiular între  $2^\circ$  și  $15^\circ$ .

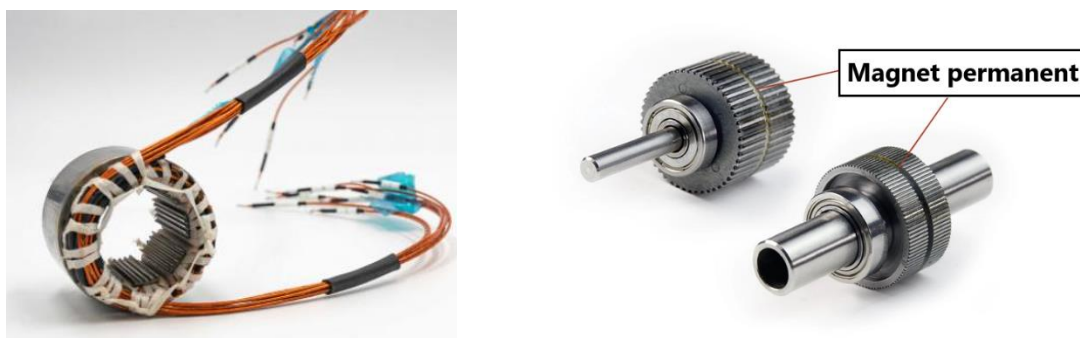
### **2.1.2. Motoarele pas cu pas cu magneți permanenți**

MPP cu magneți permanenți sunt motoare sincrone care, în construcție clasică, au în rotor un număr de perechi de poli  $p$  realizați din magneți permanenți cu polaritate alternativă, iar în stator au o înfășurare cu  $m$  faze și același număr de perechi de poli  $p$  ca în rotor.

Datorită magneților permanenți, aceste tipuri de MPP au cupluri de agățare care pot avea valori importante, față de MPP cu reluctanță variabilă care are cuplu zero de agățare. MPP cu magneți permanenți pot fi construite cu un număr mare de perechi de poli  $p$  atunci când se dorește obținerea unor pași mici de deplasare, adică o rezoluție mare a mișcării [27, 28].

### **2.1.3. Motoarele pas cu pas hibride**

MPP hibrid este o combinație a primelor două tipuri de motoare, a motorului cu reluctanță variabilă și a motorului pas cu pas cu magneți permanenți. Astfel, acesta prezintă pe lângă cuplu electromagnetic și cuplu de reluctanță variabilă produs de poziția relativă a dinților de pe stator față de cei de pe rotor. Aceste motoare sunt folosite în special ca actuatoare unde factori precum rezoluția, sensibilitatea și precizia pasului de deplasare unghiular sunt esențiali.



a) b)  
Figura 2.1 Părțile componente ale motorului pas cu pas hibrid:  
a) statorul, b) ansamblu rotor [32, 33].

MPP cu reluctanță variabilă este motorul care poate dezvolta vitezele cele mai mari dintre motoarele pas cu pas, în timp ce MPP cu magneți permanenți produce cupluri și viteze medii. MPP hibrid are densitatea de cuplu și rezoluția de mișcare cele mai mari. O comparație a proprietăților celor trei variante de motoare pas cu pas este prezentată în tabelul 2.1 [36].

Tabelul 2.1 Comparația între cele trei tipuri de MPP.

Avantaje / Tipuri de MPP	MPP cu reluctanță variabilă	MPP cu magneți permanenți	MPP hibrid
Pas unghiular	$<1.8^\circ$	$>7.5^\circ$	$<1.8^\circ$
Cuplu activ	Mic	Moderat	Mare
Cuplu de reluctanță	Mic	Mare	Moderat
Rata de pulsuri/Viteză	Mare	Mic	Mare
Accelerație/răspuns	Rapid	Încet	Rapid
Zgomot	Zgomotos	Zgomot redus	Zgomot redus
Micro pașire	Nu	Da	Da
Design	Moderat	Simplu	Complex

### 3. MODELAREA NUMERICĂ A MPP HIBRID

Modelarea MPP hibrid este complexă din cauza distribuției câmpului magnetic care are atât o componentă transversală produsă de înfășurarea de comandă plasată în stator), cât și o componentă axială produsă de magnetul (sau magneții) de tip inel plasat în rotor. În plus, dificultatea modelării MPP hibrid este cauzată și de geometria acestuia cu un număr mare de dinți, cu dimensiuni reduse și cu un întrefier de asemenea foarte mic în comparație cu celelalte mașini sincrone cu construcție uzuală. Astfel, singura soluție pentru o modelare corectă fără ipoteze simplificatoare importante, este modelarea tridimensională a distribuției câmpului magnetic din interiorul MPP hibrid. Din cauza dimensiunii reduse a întrefierului, modelele tridimensionale bazate pe MEF generează sisteme de ecuații cu un număr foarte mare de necunoscute pentru care metodele de rezolvare directe nu sunt fezabile. Acest lucru a limitat analiza numerică a acestui tip de motor de-a lungul anilor. Pentru a compensa lipsa puterii de calcul existentă la vremea respectivă mulți autori au propus soluții hibride de calcul care să combine un calcul analitic cu modele simplificate bidimensionale.



### 3.2 MODELE NUMERICE HIBRIDE UTILIZATE PENTRU STUDIUL MPP HIBRID

Din cauza dificultății de proiectare, multe dintre motoarele pas cu pas sunt realizate pe un fel de șablon, pe baza standardului NEMA, unde parametrii geometrici principali ai motorului sunt impuși. Această abordare este facilitată și de structura modulară în care MPP hibrid poate fi construit care permite prin multiplicarea numărului de pachete rotorice pentru a obține un cuplu proporțional mai mare.

O alternativă a modelării numerice tridimensionale, mare consumatoare de timp și memorie de calcul, oarecum prohibitivă până nu demult, au reprezentat-o modelele hibride ce folosesc modelarea numerică bidimensională a câmpului magnetic cu ajutorul MEF, cuplată cu calcule analitice. Deși aceste modele reduc semnificativ timpul de calcul comparativ cu modelarea tridimensională, ele sunt aproximative și nu pot oferi precizia modelelor complete, ce țin cont de geometria reală, spațială a motorului. În ultima perioadă au apărut articole în care se prezintă modelarea tridimensională a MPP hibrid [34,52], cu erori ale rezultatelor numerice chiar și în jurul a 5% față de rezultatele experimentale.

### 3.3. MODELAREA TRIDIMENSIONALĂ A MPP HIBRID UTILIZÂND FORMULĂRILE ÎN $\mathbf{A}$ ȘI $V_m$ .

Folosind modelul *Rotating Machinery, Magnetic* al COMSOL este posibilă utilizarea ambelor potențiale magnetice, potențialul magnetic vector  $\mathbf{A}$  și potențialul magnetic scalar  $V_m$ . În documentația COMSOL se recomandă ca, pentru mașini electrice cu magneți permanenți (fără curenți în rotor), „coaserea” domeniului definit cu ajutorul potențialului magnetic scalar cu domeniul statorului definit cu ajutorul potențialului magnetic vector, să se facă la nivelul întrefierului. Așa cum se arată în acest capitol, domeniul de calcul poate fi împărțit în mod mult mai divers între subdomeniile definite cu cele două potențiale.

#### 3.3.1. MPP hibrid modelat cu ajutorul formulării combinate $\mathbf{A}$ - $V_m$

Pentru a studia efectul combinării domeniilor definite cu cele două potențiale magnetice  $\mathbf{A}$  și  $V_m$  asupra timpului de calcul necesar au fost utilizate modele tridimensionale ale unui MPP hibrid cu pas unghiular de  $0,3^\circ$ . Motorul are 300 de dinți fiind unul dintre motoarele cu cel mai mic pas unghiular de pe piață. Prin comparație, MPP prezentate în articolele științifice precum [57-59] sau cele comercializate de producători precum Sagem, Sener sau Phytron [61-63], au pasul unghiular de  $1^\circ$ ,  $1,8^\circ$ , sau  $3,6^\circ$ . Există însă și producători ce comercializează serii de MPP numite *alpha* realizate după cerințele impuse de beneficiar, ce pot realiza și alte unghiuri de pășire. Pentru acestea însă se percep costuri ridicate de cercetare fiind produse unicat sau de serie mică.

MPP-ul hibrid bifazat modelat are un stator care conține 48 de creștături/poli, o construcție specială, diferită față de construcția clasică a MPP hibrid bifazat cu opt poli. Acest motor a fost ales pentru studiul prezent datorită simetriei sale fizice (a geometriei și surselor de câmp), care a permis ca domeniul modelat să fie redus la 1/12 din circumferința motorului.

### Variantele A, B, C, D și E ale modelelor numerice ale MPP studiat

În continuare au fost dezvoltate cinci modele ale motorului studiat împărțind în mod diferit domeniul de calcul în subdomenii definite cu cele două potențiale magnetice. Două dintre acestea sunt prezentate în figurile de mai jos.

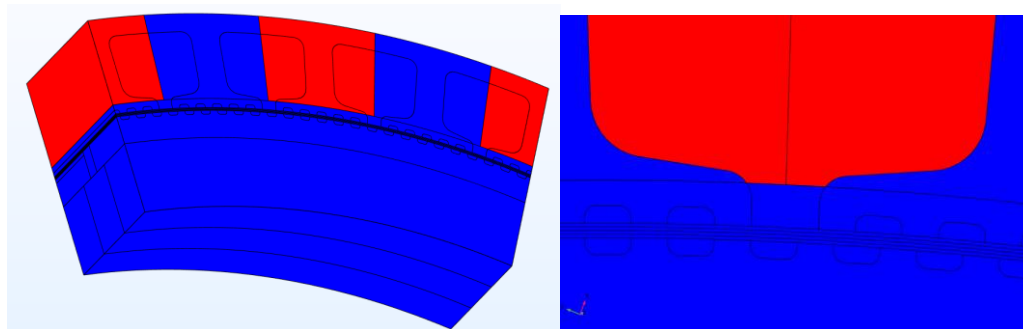


Figura 3.1 Domeniul de calcul al problemei de câmp magnetic 3D – Varianta C: roșu – subdomeniile definite cu ajutorul potențialului magnetic vector  $\mathbf{A}$ , albastru – subdomeniile definite cu ajutorul potențialului magnetic scalar  $V_m$ .

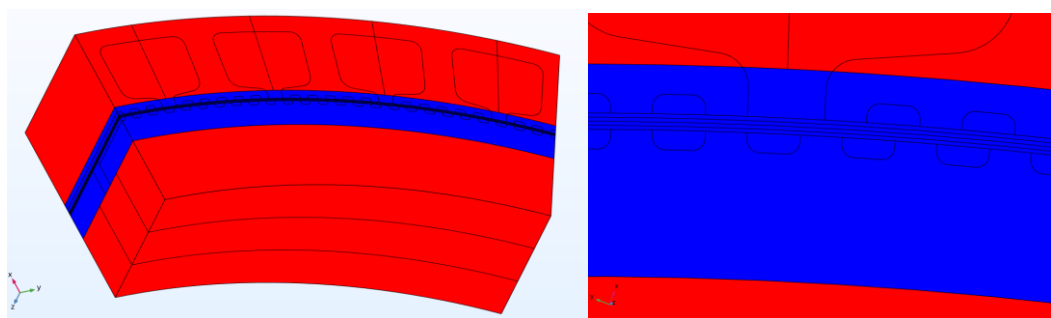


Figura 3.2 Definirea problemei de câmp magnetic 3D – Varianta E: roșu – subdomeniile definite cu ajutorul potențialului magnetic vector  $\mathbf{A}$ , albastru – subdomeniile definite cu ajutorul potențialului magnetic scalar  $V_m$ .

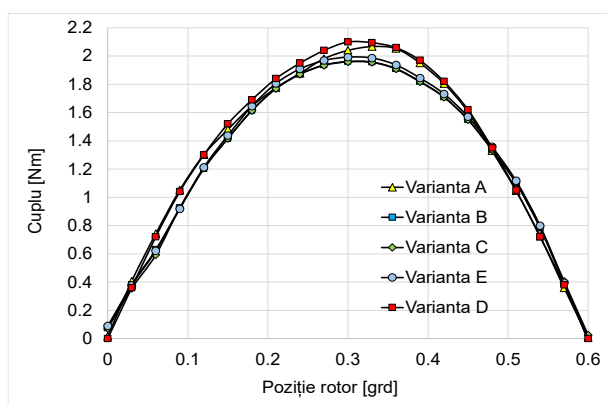


Figura 3. 3 Comparația caracteristicii cuplului obținută utilizând modelele A, B, C, D și E

integrarea relației (3.12) pe tot domeniul întrefierului. S constată că modelarea cu ajutorul potențialului vector  $\mathbf{A}$ , modelul *Varianta D*, este nepractică, calculul soluției durând aproximativ 20h.

O comparație a caracteristicilor mecanice statice a MPP studiat utilizând toate modelele de mai sus este prezentată în figura 3.10. În cazul rezultatelor prezentate geometria, rețeaua de discretizare și metoda de rezolvare utilizată rămân neschimbate. Pentru rezolvarea problemelor de câmp în condițiile descrise anterior a fost folosit un sistem de calcul dotat cu procesor i5-12600K cu o frecvență maximă de 4,9 GHz și 64 GB de memorie RAM. Calculul cuplului s-a făcut prin

Tabelul 3.1 Timpii de calcul și erorile de calcul pentru variantele implementate ale modelului numeric al MPP hibrid studiat.

	Varianta D	Varianta A	Varianta B	Varianta C	Varianta E
Timp de calcul*	Aprox. 20h	1h 40'	1h	40'	1h
Precizie de calcul	Referință	1%	4.3%	4.4%	3%

### 3.4. ALEGEREA TIPULUI DE ELEMENTE FINITE

În procesul de modelare cu ajutorul MEF următoarele trei aspecte au importanța cea mai mare: alegerea potențialelor necunoscute pentru formularea problemei, așa cum s-a arătat mai sus, modul de discretizare a domeniului în elemente finite și metoda de rezolvare a sistemului de ecuații rezultat. Aceste aspecte influențează timpul și memoria necesară pentru obținerea soluției, precum și precizia acesteia.

În cazul modelării MEF tridimensionale este posibilă utilizarea elementelor de tip tetraedru, de tip prismă triunghiulară sau paralelipipedice. În plus, elementele pot fi de ordinul I, sau de ordin superior, în funcție de ordinul funcțiilor de interpolare. Ca regulă generală, pentru a obține rezultate mai precise, se preferă utilizarea elementelor de ordinul I și îndesirea acestora în zonele de câmp intens sau cu gradient mare, în locul elementelor de ordin superior. Această strategie a fost utilizată și în cazul de față.

### 3.5. METODE DE REZOLVARE A SISTEMELOR MATRICEALE DE DIMENSIUNI FOARTE MARI

Pentru rezolvarea sistemelor de ecuații cu un număr mare de necunoscute cu matricea coeficienților simetric și pozitiv definită, nesimetrică, rară sau des populată, cu matrice cu zero pe diagonală, etc., există o varietate de metode de rezolvare. Aceste sunt metode directe și metode indirecte, iterative, care generează un șir de aproximații succesive ale soluției ce converg către soluția exactă.

Față de metodele directe, metodele iterative au avantajul că pot utiliza ca soluție inițială aproximativă soluția de la pasul anterior pentru a identifica mai rapid soluția dorită. Acest lucru este foarte eficient în cazul rezolvării problemelor neliniare sau variabile în timp. În general, numărul de operații pe care îl realizează un algoritm iterativ este semnificativ mai mic față decât numărul de operații necesar unei metode de rezolvare directă, deoarece o soluție aproximativă acceptabilă se poate obține într-un număr mult mai mic de pași decât ar fi necesar pentru obținerea soluției exacte [64].

### 3.6. ANALIZA COMPARATIVĂ A UNOR METODE ITERATIVE UTILIZATE PENTRU REZOLVAREA SISTEMELOR MATRICEALE DE DIMENSIUNI MARI

În continuarea au fost analizate câteva dintre metode iterative cele mai utilizate pentru rezolvarea sistemelor liniare privind viteza de convergență, precum și memoria de lucru necesară.

Metodele de rezolvare a sistemelor matriceale iterative analizate sunt:

1. FGMRES (Flexible generalized minimum residual)
2. CG (Conjugate gradient)
3. BiCGStab (Biconjugate Gradient Stabilized)
4. TFQMR (Transpose-free quasi-minimal residual)

### 3.6.1. Comparație între anumite metode de rezolvare a sistemelor matriceale liniare când sunt folosite diferite tipuri de preconditionări

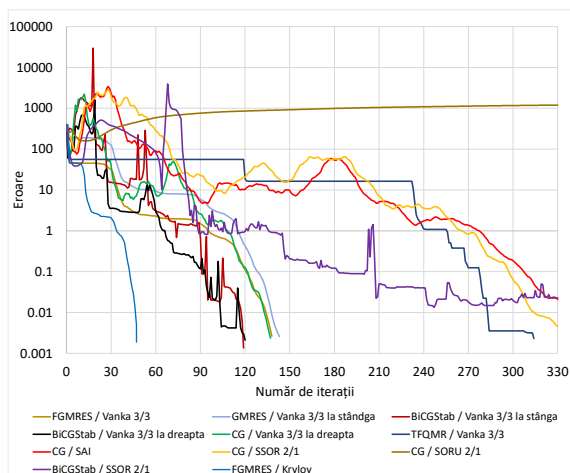


Figura 3.4 Graficul erorii în funcție de iterațiile efectuate pentru metodele de rezolvare FGMRES, GMRES, BiCGStab, CG și TQMR, utilizând preconditionările Vanka, SAI, SSOR și SORU.

Metodele iterative studiate au o convergență ce poate fi îmbunătățită în funcție de modul de algoritmul de preconditionare. Cu cât matricea de preconditionare este o aproximare mai bună a matricei inverse a sistemului de rezolvat, cu atât metoda iterativă este mai rapid convergentă. Pe de altă parte, calculul unei matrice de preconditionare cu precizie mai mare implică timpi și memorie de lucru sporite, astfel încât de la un punct nu mai merită câștigul obținut (reducerea numărului de iterații).

### 3.6.2. Convergența metodei iterative FGMRES atunci când sunt folosite diferite metode de preconditionare

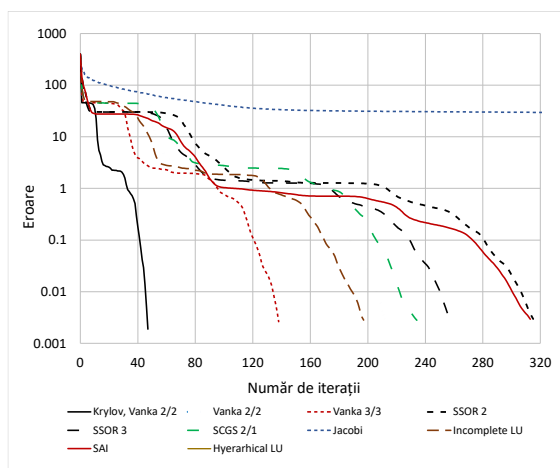


Figura 3.5 Evoluția erorii în funcție de iterațiile FGMRES pentru diferite metode utilizate pentru preconditionare.

Una dintre metodele de rezolvare cele mai eficiente și stabilă (care converge către soluția dorită chiar și pentru matrice jacobiene prost condiționate numeric) este metoda iterativă FGMRES care va fi studiată în continuare. Așa cum se observă în figura 3.19, numărul de iterații și viteza de convergență a metodei depind de tipul de preconditionare utilizat.

### 3.6.3. Convergența metodelor iterative FGMRES și CG pentru sisteme liniare cu număr diferit de necunoscute

În continuare s-au analizat două metode de calcul iterative, respectiv metoda Gradientului

Conjugat și metoda FGMRES, pentru rezolvarea problemei de câmp magnetic produs într-un motor pas cu pas la funcționarea în gol. Cele două metode au fost alese deoarece sunt cele mai rapide dintre metode studiate.

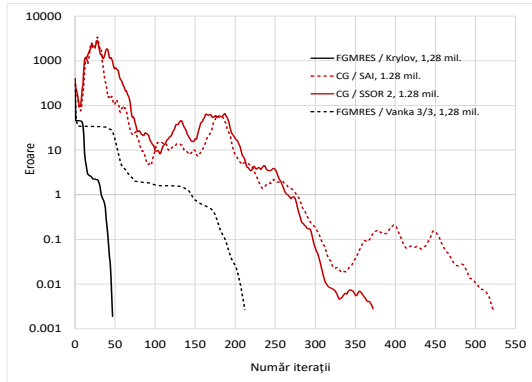


Figura 3.6 Evoluția erorii în funcție de iterațiile FGMRES și respectiv CG folosind preconditionarea Krylov, Vanka, SSOR și SAI pentru rezolvarea unui sistem cu 1.287.192 necunoscute.

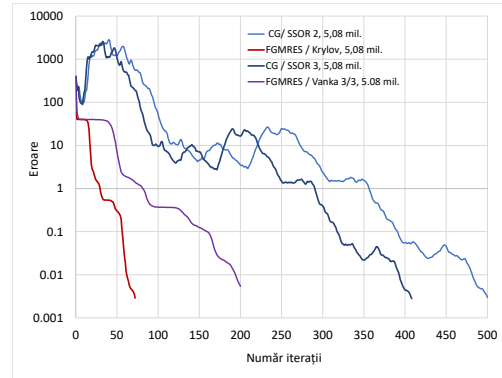


Figura 3.7 Evoluția erorii în funcție de iterațiile FGMRES și respectiv CG folosind preconditionarea Krylov, Vanka și SSOR pentru rezolvarea unui sistem cu 5.082.291 necunoscute.

Metoda FGMRES devine mai eficientă față de metodele de gradient, odată cu creșterea numărului de necunoscute. De asemenea, la rezolvarea sistemelor nesimetrice, metoda CG trebuie înlocuită cu BiCGStab care durează aproximativ dublu pentru rezolvarea unui sistem matriceal linear identic.

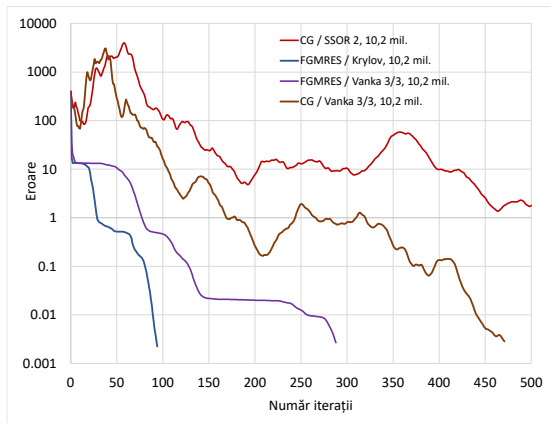


Figura 3.8 Evoluția erorii în funcție de iterațiile FGMRES și respectiv CG folosind preconditionarea Krylov, Vanka și SSOR pentru rezolvarea unui sistem cu 10.254.636 necunoscute.

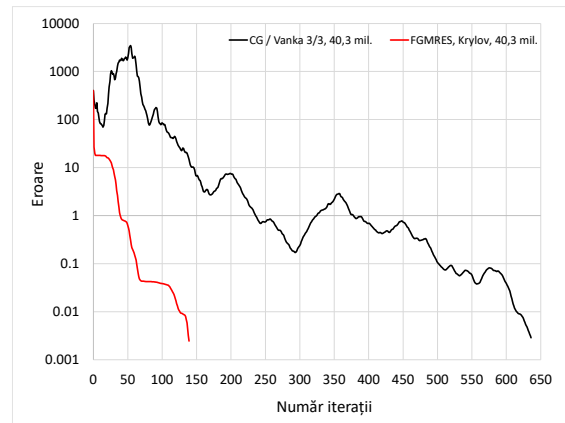


Figura 3.9 Evoluția erorii în funcție de iterațiile FGMRES și CG folosind preconditionarea Krylov și Vanka pentru rezolvarea unui sistem cu 40.322.361 necunoscute.

### 3.6.4. Convergența metodelor iterative FGMRES și CG pentru sisteme neliniare

Pentru analiza prezentată aici s-a folosit un model neliniar cu un număr de aproximativ 10 milioane de necunoscute, aplicând algoritmul Newton-Raphson pentru rezolvarea neliniarității [73] și cele două metode iterative, respectiv FGMRES și CG pentru rezolvarea sistemului linear. Așa cum se observă din tabelul 3.9, numărul de iterații FGMRES este mult mai redus ca în cazul utilizării CG, algoritmul fiind mai eficient atunci când calculul iterației pleacă de la o soluție inițială mai aproape de soluția reală.

Pentru modelele MEF neliniare ale MPP studiate și prezentate în această lucrare, metoda FGMRES cu preconditionare Krylov s-a dovedit a fi cea mai eficientă și va fi utilizată pentru rezolvarea modelelor prezentate ulterior.

Tabelul 3.2 Timpii de calcul și numărul de iterații atunci când sunt folosite FGMRES și metoda Gradientului Conjugat pentru rezolvarea unui sistem neliniar cu ajutorul iterațiilor Newton-Raphson.

Metodă	Nr. de necunoscute	Nr. de iterații	Timp [s]
FGMRES / Krylov	9.659.093	655	3059 (50min, 59s)
CG / SSOR 2	10.254.636	8450	5815 (1h 36min 55s)

#### 4. ANALIZA NUMERICĂ A UNUI MPP HIBRID BIFAZAT CU CIRCUIT MAGNETIC MASIV

Literatura de specialitate cuprinde numeroase studii referitoare la geometria dinților rotorului și a statorului MPP hibride [6, 13, 59, 75, 76] în timp ce, parametrii geometrici la fel de importanți, precum volumul de magnet permanent, diametrul optim la nivelul întrefierului, lățimea jugului statoric etc, sunt neglijăți.

Utilizând modelarea numerică cu ajutorul MEF, în completarea lucrărilor de specialitate, în prezenta teză de doctorat s-au studiat influențele și ale altor mărimi geometrice asupra performanțelor MPP hibrid bifazat, precum: dimensiunile magnetului permanent, distanța dintre coroanele rotorului, dimensiunea jugului statoric și lățimea polilor statorului. Studiul este realizat utilizând *modelul simplificat*. Apoi, utilizând *modelul extins omogen* model numeric tridimensional cu considerarea câmpului magnetic de scăpări și a geometriei capetelor de bobină, s-au modificat numărul de creștături/poli din stator și numărul de pachete rotorice, și s-au comparat valorile cuplului de menținere. Anvelopa geometrică a MPP hibrid, rezistența înfășurării statorului și tensiunea de alimentare nu au fost nemodificate.

##### 4.1. STUDIUL MPP HIBRID BIFAZAT FOLOSIND MODELUL SIMPLIFICAT

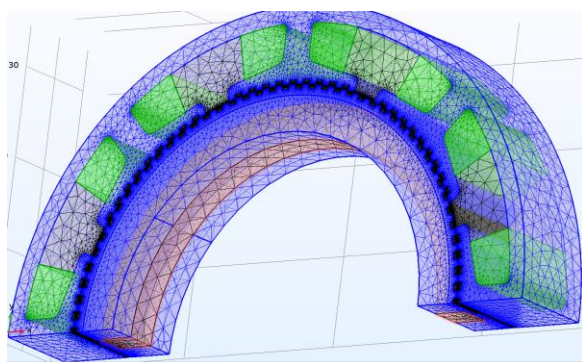


Figura 4.1 MPP hibrid – discretizarea domeniului de calcul: bobine (verde, circuit magnetic (albastru), magnet permanent (roșu).

Pentru simularea mișcării rotorului s-au rezolvat probleme de câmp magnetic staționar consecutive, pentru fiecare pas al mișcării rotorului, folosind o bandă alunecătoare între stator și rotor. Una dintre cele două înfășurări ale statorului a fost alimentată cu o densitate de curent  $J$  constantă, în timp ce rotorul a fost rotit o jumătate de perioadă electrică, echivalent cu două grade geometrice.

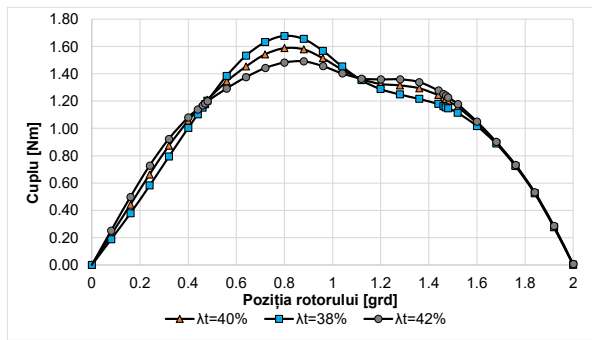


Figura 4.2 Variația cuplului în funcție de poziția rotorului pentru diferite lățimi ale dintelui.

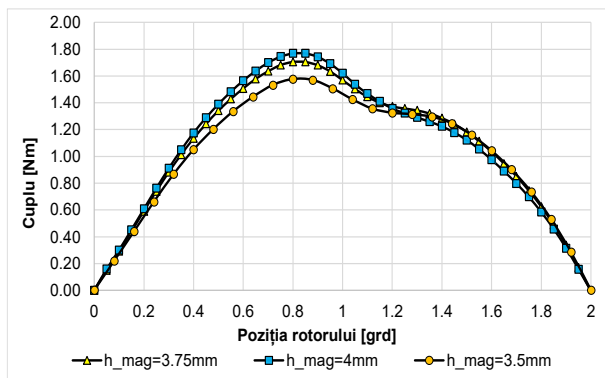


Figura 4.3 Variația pentru diferite înălțimi ale magnetului permanent.

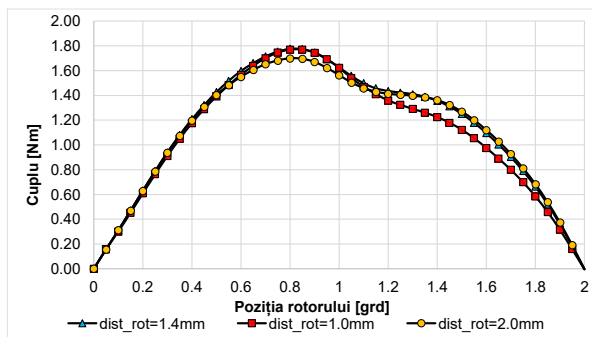


Figura 4.4 Variația cuplului în funcție de poziția rotorului pentru diferite distanțe între coroane la nivelul întrefierului.

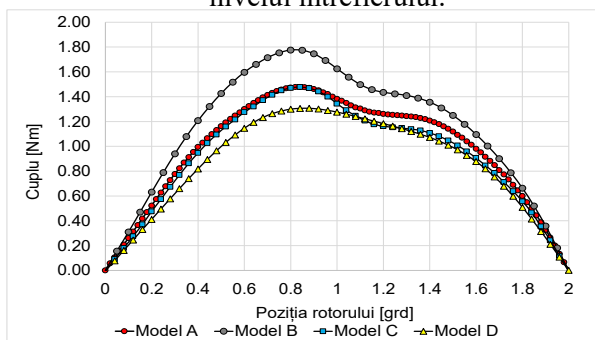


Figura 4.5 Caracteristica cuplului static al MPP pentru cele patru modele.

#### 4.1.1. Analiza influenței lățimii dinților

Curbele prezentate în figura 4.4 sunt obținute pentru diferite valori ale parametrului  $\lambda_t$ , alese în acord cu datele bibliografice [57, 79]. Așa cum se poate observa din figura 4.4, pentru valori mai reduse ale lui  $\lambda_t$ , cuplul de menținere este mai mare.

#### 4.1.2. Influența înălțimii magnetului permanent

Următorul studiu s-a realizat prin modificarea dimensiunii magnetului permanent pe direcție radială. După cum se observă în figura 4.6, cuplul de menținere a crescut de la 1,6 Nm la 1,8 Nm prin creșterea înălțimii magnetului de la  $h_{mag} = 3,75$  mm la  $h_{mag} = 4$  mm.

#### 4.1.3. Influența spațiului dintre coroanele rotorice asupra cuplului

Următoarea analiză a fost făcută prin reducerea spațiului dintre cele două coroane ale rotorului de la  $dist_{rot} = 2$  mm la 1,0 mm. Pentru  $dist_{rot} = 1,4$  mm, cuplul de menținere obținut a fost  $M_m = 1,8$  Nm, iar cuplul de funcționare a fost  $M_f = 1,38$  Nm, conform figurii 4.7.

#### 4.1.4. Optimizarea răspunsului dinamic al motorului

Toate modelele prezentate anterior au fost realizate folosind aceeași solenație de 105 A-spire pe bobină (respectiv 220 spire pe bobină) și aceeași anvelopă geometrică a motorului. Pentru studiul următor au fost comparate alte patru variante, cu parametrii geometrici respectiv solenație diferită.



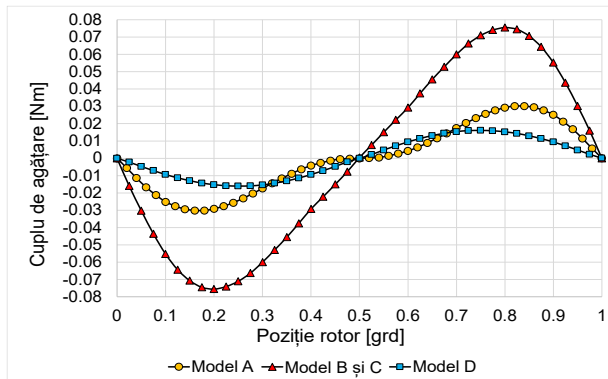


Figura 4.6 Cuplu de reluctanță pentru cele patru modele prezentate anterior.

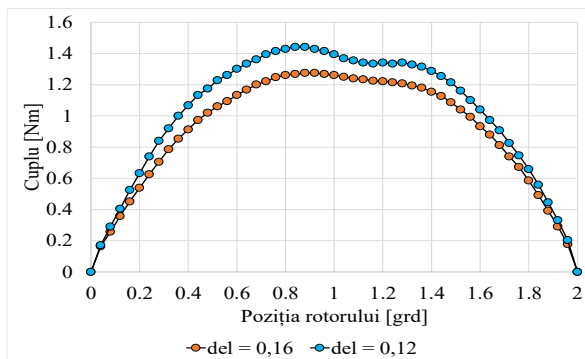


Figura 4.7 Caracteristica cuplului static pentru dimensiunea întrefierului de 0,12 mm și 0,16 mm.

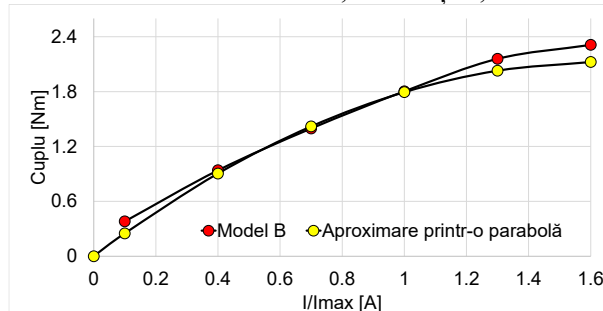


Figura 4.8 Dependența dintre cuplul de menținere și curent a MPP optimizat, Modelul B.

#### 4.1.5. Calculul cuplului de agățare

O tehnică folosită pentru reducerea cuplului de agățare constă în realizarea unei mici modificări a pasului dentar din stator. Astfel, plecând de la modelul de referință, a fost crescut pasul dintelui de la  $4^\circ$  la  $4,05^\circ$ , Modelul C din figura 4.10.

#### 4.1.6. Influența dimensiunii întrefierului

În figura 4.11 se prezintă caracteristica mecanică statică a unui motor identic cu motorul de referință la care s-a mărit întrefierul de la 0,12 mm la 0,16 mm. Cuplul de menținere se reduce cu aproximativ 14% la o creștere de 33% a dimensiunii întrefierului.

#### 4.1.7. Caracteristica cuplului de menținere funcție de curent

În figura 4.12 este prezentată caracteristica dependenței cuplului de menținere în funcție de curentul din înfășurarea statorică, pentru MPP optimizat, Modelul B. Această curbă evidențiază gradul de saturație magnetică a MPP hibrid odată cu creșterea curentului.

### 4.2. OPTIMIZAREA CONSTRUCTIVĂ A MPP HIBRID CU STATORUL ȘI ROTORUL REALIZATE DIN MATERIAL MASIV UTILIZÂND MODELUL NUMERIC 3D EXTINS

În continuare se prezintă optimizarea geometrică a MPP hibrid bifazat cu pasul de  $1^\circ$ , studiat și în paragraful 4.1, folosind modelul extins omogen. Curentul și tensiunea electrică au fost păstrate nemodificate.

#### 4.2.1 Detalii ale modelului tridimensional extins al MPP hibrid

Utilizarea unui model unitar, fără banda de “coasere” a rețelei de discretizare a rotorului cu cea a statorului, figura 4.14, a produs o reducere cu 30% a timpului necesar pentru rezolvarea problemei de câmp magnetic pentru o poziție dată a rotorului, așa cum se observă în tabelul 4.3.



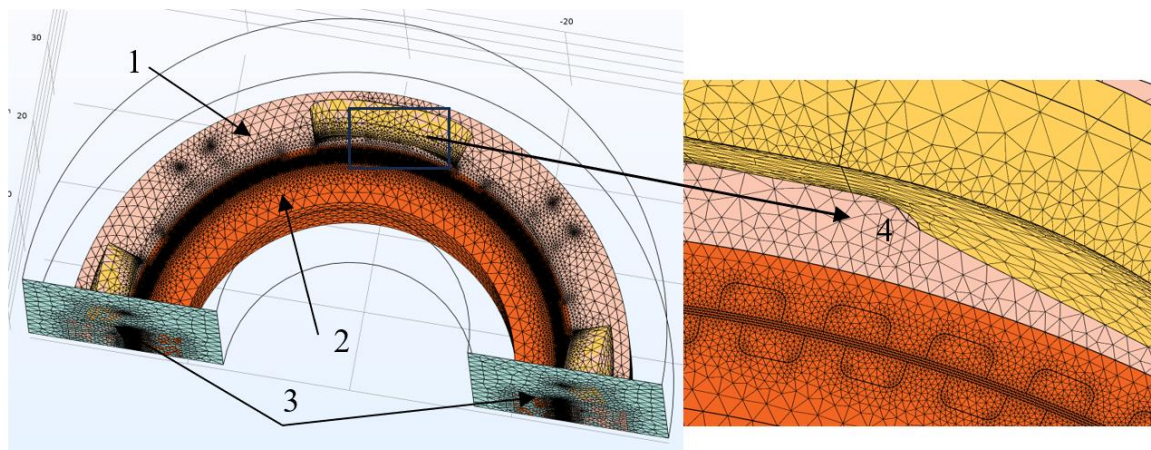


Figura 4.9 MPP hibrid – discretizarea domeniului de calcul: 1 – domeniul potențialului vector  $A$ , 2 – domeniul potențialului magnetic scalar  $V_m$ , 3 – condiții de periodicitate, 4 – detaliu rețeaua de discretizare la nivelul întrefierului.

Tabelul 4.3 Timpii de calcul al problemei cu și fără bandă alunecătoare utilizând un PC cu procesor AMD Ryzen 5 3600 și 64 GB RAM DDR4..

Calcul pentru o singură poziție a rotorului	Timp de calcul	Număr de necunoscute
Cu bandă alunecătoare	2h 10'	7.101.418
Fără bandă alunecătoare	40'	3.981.001

#### 4.2.2. Criteriile utilizate pentru optimizarea constructivă a MPP hibrid

Scopul principal al optimizării MPP hibrid studiat a constat în obținerea unui cuplu de menținere cât mai mare. De asemenea, s-a urmărit obținerea unei constante de timp electrice cât mai mici. Pentru a păstra valoarea curentului de fază nemodificată, rezistența fazei a fost menținută la  $55 \Omega$ . De asemenea, s-a menținut anvelopa geometrică a motorului, iar dimensiunea întrefierului a fost păstrată la valoarea de 0,15 mm.

#### 4.2.4. Influența înălțimii magnetului permanent

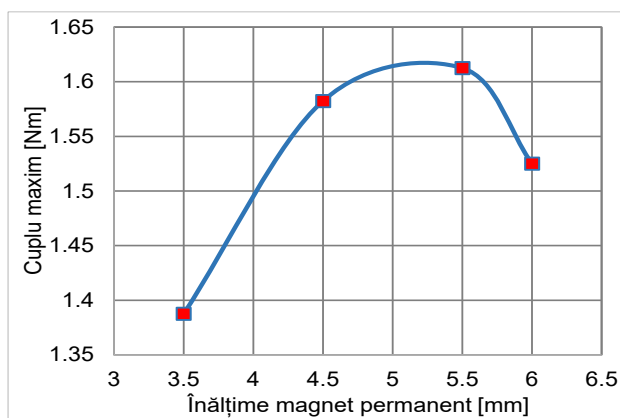


Figura 4.10 Variația cuplului de menținere în funcție de înălțimea magnetului permanent.

A doua analiză constructivă a fost obținută prin modificarea înălțimii magnetului permanent. Ca urmare a creșterii diametrului rotorului, aria creștăturii scade. Pentru a menține rezistența fazei constantă a fost modificat numărul de spire al bobinelor.

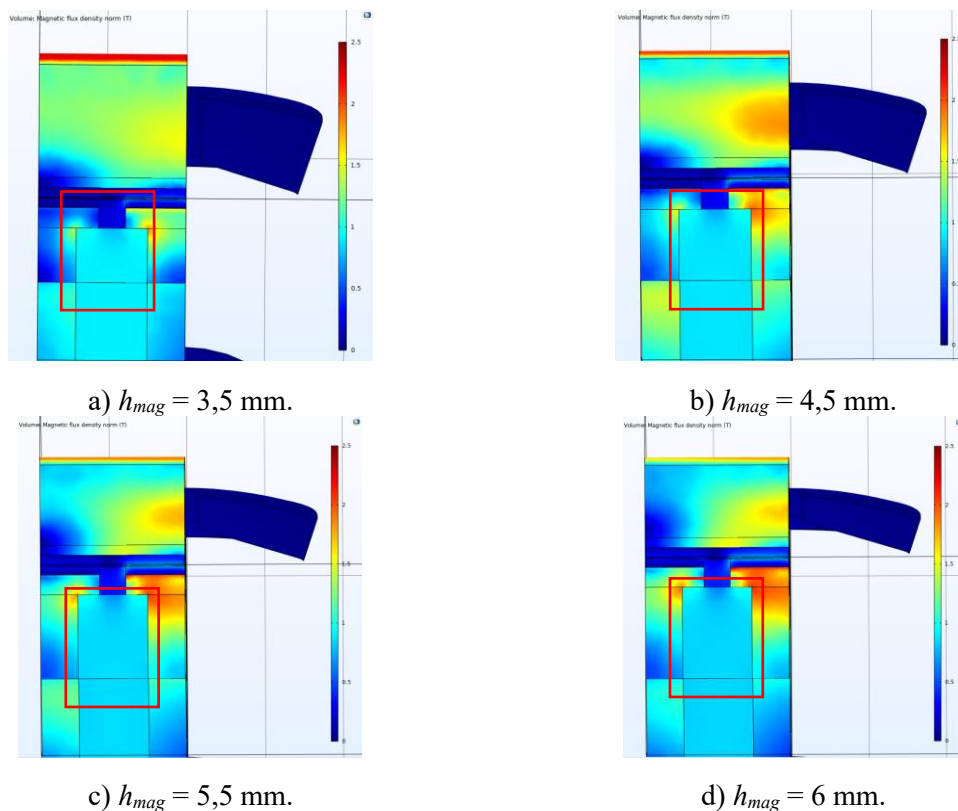


Figura 4.11 Harta distribuției inducției magnetice pentru patru diferite înălțimi ale magnetului permanent.

#### 4.2.5. Modificarea întrefierului dintre coroanele rotorice

A treia analiză a constant în modificarea distanței dintre coroanele rotorice, respectiv micșorarea parametrului geometric numit  $l_{umar}$ , figura 4.20.

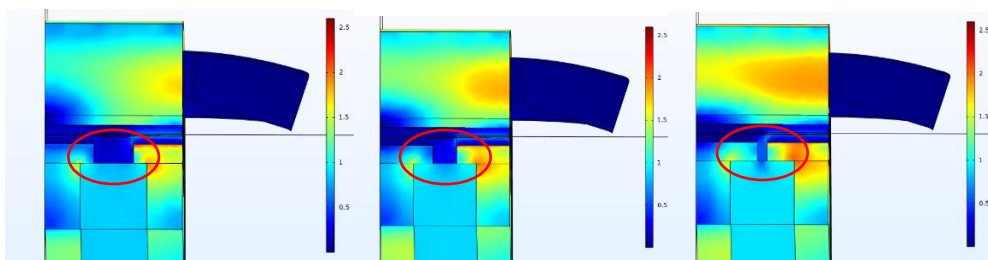


Figura 4.12 Harta distribuției inducției magnetice pentru trei lățimi ale umerilor armăturilor rotorului: stânga –  $l_{umar} = 4,3 \text{ mm}$ ; mijloc –  $l_{umar} = 3,8 \text{ mm}$ ; dreapta –  $l_{umar} = 3,3 \text{ mm}$ .

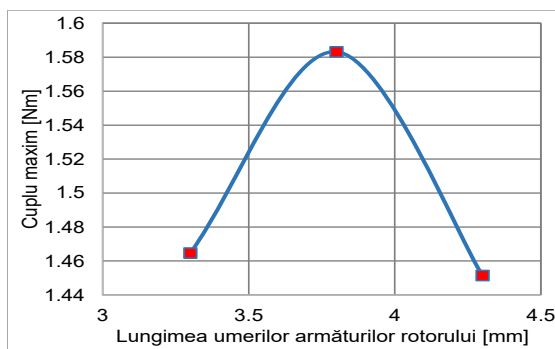


Figura 4.13 Variația cuplului de menținere în funcție de lungimea umerilor armăturilor rotorului.

#### 4.2.6. Influența înălțimii tălpii polare

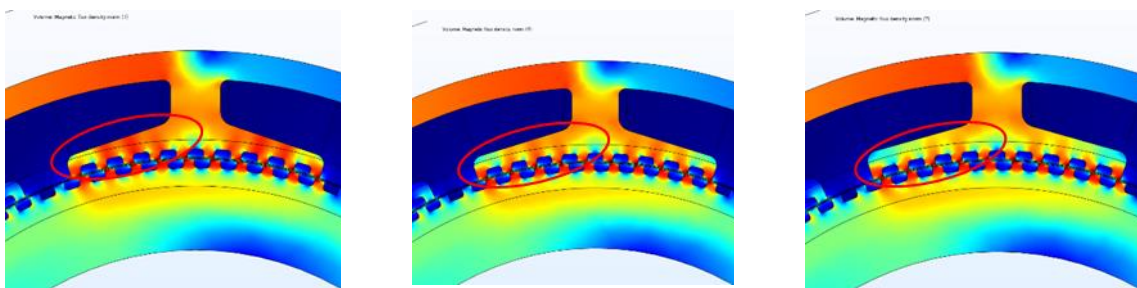


Figura 4.14 Harta distribuției inducției magnetice pentru trei înălțimi diferite ale tălpii polare:  
Stânga –  $h_{talpă} = 1,5$  mm; Mijloc –  $h_{talpă} = 1,7$  mm; Dreapta –  $h_{talpă} = 1,9$  mm.

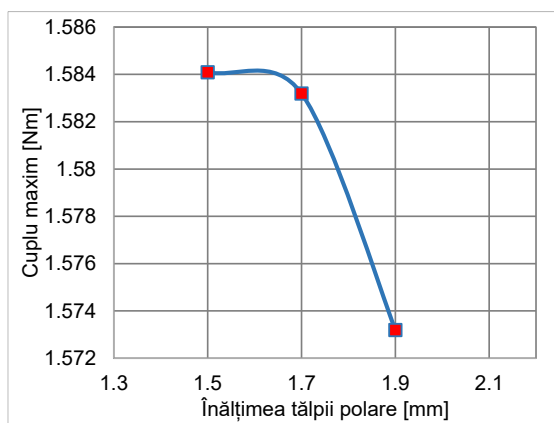


Figura 4.15 Cuplul de menținere în funcție de înălțimea tălpii polare.

Creșterea înălțimii tălpii polare din stator conduce la o scădere locală a inducției magnetice. În figura 4.24 sunt reprezentate distribuțiile inducției magnetice a câmpului magnetic transversal pentru trei dimensiuni ale înălțimii tălpii polare, respectiv a parametrului  $h_{talpă}$ , și anume: 1,5 mm, 1,7 mm și 1,9 mm. Deși modificarea secțiunii crestăturii este mică, aceasta se reflectă printr-o modificare corespunzătoare a numărului de spire  $w_{sp}$ , după cum urmează: 237, 235 și respectiv 232 spire.

#### 4.2.8. Influența înălțimii jugului statoric

O ultimă analiză s-a realizat prin modificarea înălțimii jugului statoric al motorului, figura 4.28. Deoarece prin micșorarea jugului statorului s-a mărit aria crestăturii, iar pentru a menține valoarea rezistenței fazei, deci a curentului nominal, s-a modificat numărul de spire.

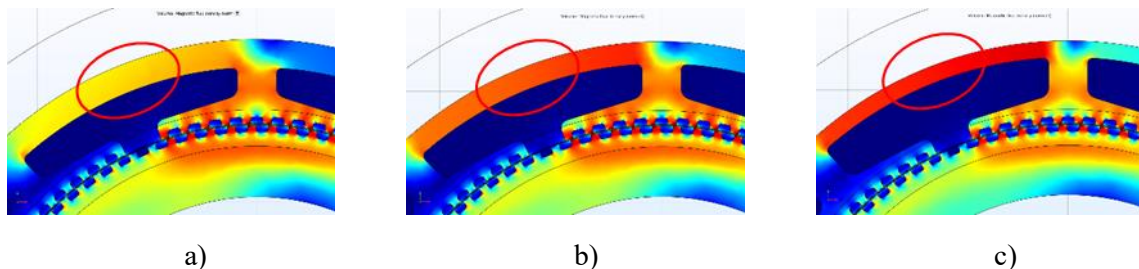


Figura 4.16 Harta distribuției inducției magnetice pentru trei înălțimi diferite ale jugului statoric:  
a)  $h_{jug} = 2,5$  mm; b)  $h_{jug} = 2$  mm; c)  $h_{jug} = 1,5$  mm.

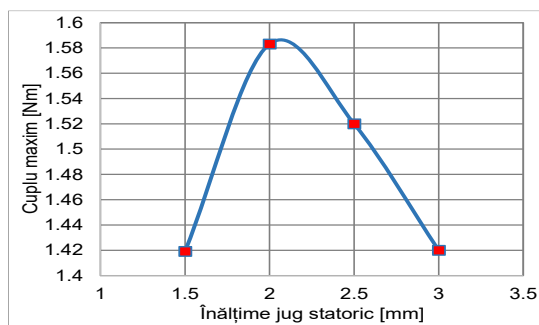


Figura 4.17 Cuplul maxim în funcție de înălțimea jugului statoric.

#### 4.2.9. Compararea modelelor studiate

În tabelul 4.5 sunt prezentate rezultatele numerice a patru modele cu o înălțime diferită a magneților permanenți. Fiecare dintre aceste modele au fost optimizate pentru a obține un cuplu de menținere cât mai mare, prin modificarea parametrilor geometrice menționați anterior.

Tabelul 4.5 Rezultatele numerice obținute pentru patru modele ale MPP hibrid.

Varianta construc-tivă	Nr spire	Secțiunea crenelaturii [mm <sup>2</sup> ]	Înălțimea magnetului [mm]	Volum cupru [cm <sup>3</sup> ]	Diametrul statorului [mm]	Inductivitatea fazei [mH]	Cuplul maxim [Nm]	Constanta de timp [ms]
1	262	92,6	3,5	6,1	52	290	1,38	5.27
2	235	75,7	4,5	4,9	54	190	1,58	3.45
3	203	56,3	5,5	3,6	56	105	1,62	1.9
4	187	47,9	6	3	57	74	1,53	1.34

### 4.3.MPP HIBRIDE CU NUMĂR MULTIPLU DE PACHETE ROTORICE ȘI NUMĂR DIFERIT DE POLI ÎN STATOR

Pentru a măări cuplul produs de un MPP hibrid păstrând dimensiunea flanșei de prindere și a secțiunii transversale a motorului, acestea pot fi construite și în variante cu pachete multiple în rotor (“*multi-stack*”). Pentru a studia influența numărului de pachete rotorice asupra cuplului de menținere dezvoltat de MPP hibrid, s-au dezvoltat trei modele numerice cu unul, două și respectiv trei pachete în rotor. La fel ca pentru modelele studiate anterior, s-au menținut condițiile de alimentare a motorului (tensiunea și curentul nominal), precum și anvelopa geometrică a motorului.

#### 4.3.1. Influența numărului de pachete rotorice asupra cuplului de menținere

Dintre cele trei motoare studiate, cu unul, două și trei pachete în rotor, motorul cel mai eficient este cel cu două pachete. Acest lucru se datorează lungimii axiale reduse ale acestui motor. La motoare cu lungime axiale mai mari, creșterea numărului de pachete din rotor la mai mult de două poate fi avantajoasă. Motorul studiat are opt poli în rotor.



#### 4.3.1.1. MPP hibrid cu un pachet rotoric (single-stack)

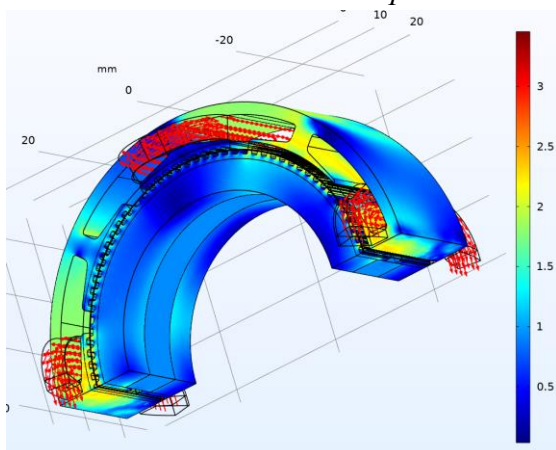


Figura 4.18 Distribuția inducției magnetice în domeniul studiat și vectorii (cu roșu) densității de curent din bobinele fazei active.

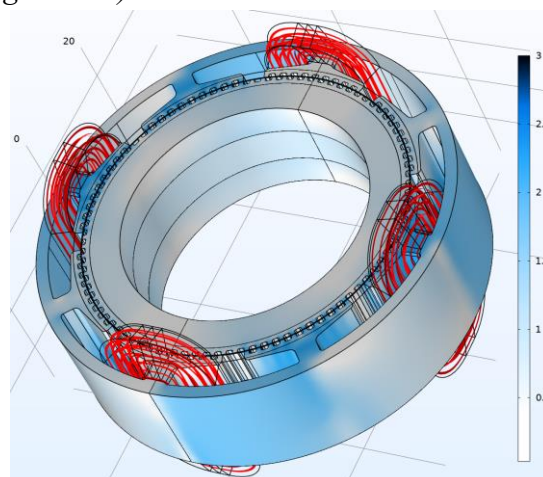


Figura 4.19 MPP hibrid cu un pachet rotoric.

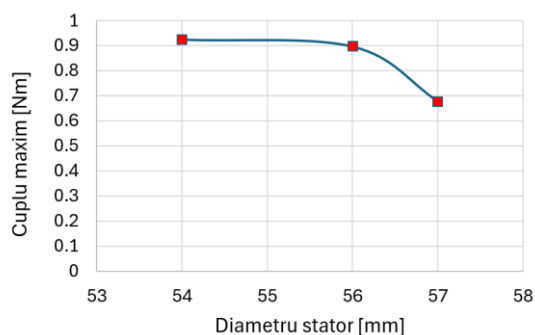


Figura 4.20 Cuplul de menținere a MPP hibrid cu un pachet rotoric.

Pentru această variantă constructivă a MPP hibrid cu opt poli și un pachet în rotor au fost calculate mai multe variante constructive. În figura 4.31. este prezentată variația cuplului de menținere atunci când înfășurarea statorului este alimentată cu 0,45A, pentru diferite dimensiuni ale diametrului statorului  $D_{st}$ , înălțimea magnetului  $h_{mag}$  și număr de spire  $w_{sp}$ .

#### 4.3.1.3. MPP hibrid cu trei pachete rotorice (triple-stack)

Acest motor a fost studiat folosind modelul extins, ca mai sus, detaliat în § 4.3.2.

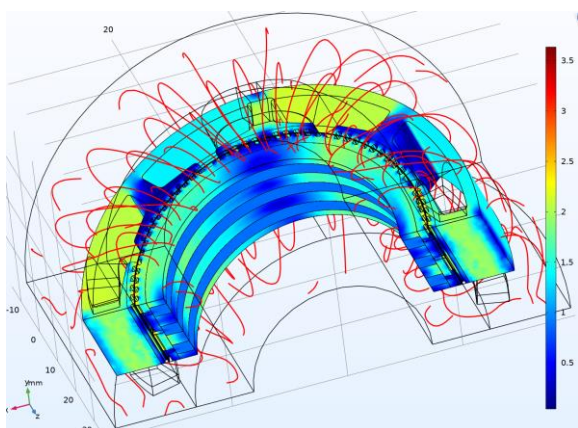


Figura 4.21 Distribuția inducției magnetice și liniile (cu roșu) câmpului magnetic de dispersie.

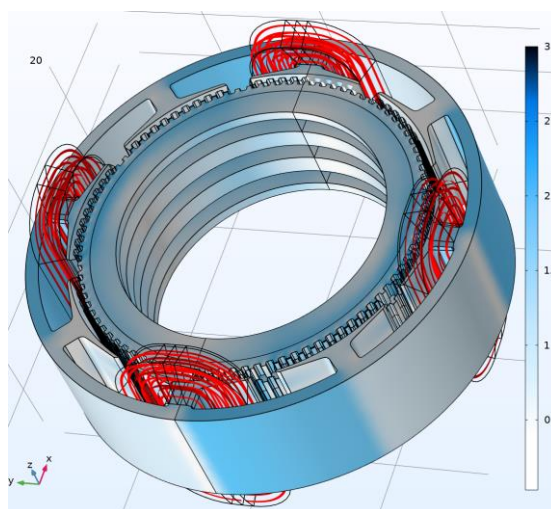


Figura 4.22 Motorul pas cu pas cu trei pachete rotorice (triple-stack).

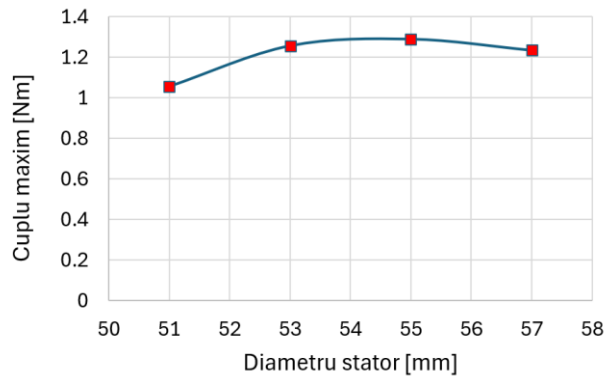


Figura 4.23 Cuplul de menținere a MPP hibrid cu trei pachete rotorice.

Valoarea cea mai mare a cuplului de 1,29 Nm a fost obținută pentru un magnet cu înălțimea de 5 mm, figura 4.37. Acest cuplu este însă mai mic decât cuplul obținut pentru motorul cu două pachete rotorice în ciuda faptului că numărul magneților din rotor a crescut de la doi la trei.

#### 4.3.2. MPP hibride bifazate cu număr diferit de poli în stator

Așa cum s-a arătat anterior, așezarea polilor statorului trebuie realizată astfel încât dinții din stator să fie decalajați cu  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  și respectiv  $270^\circ$  electrice față de dinții din rotor. De aceea, în anumite cazuri, simpla poziționare a polilor din stator conform simetriei geometrice nu este corectă, polii trebuind deplasați pentru a asigura așezarea corectă a dinților din stator în relație cu cei din rotor, necesară funcționării corecte a motorului.

##### 4.3.2.1. Condițiile de comparație a topologiilor constructive studiate

În mod asemănător cu studiile de optimizare geometrică a MPP prezentate anterior, și în acest caz, pentru coerența comparației între topologiile diferite ale motoarelor, s-au menținut următoarele mărimi:

- ✓ lungimea axială a rotorului, diametrul exterior și interior al motorului,
- ✓ curentul de alimentare a unei faze este de 0,45A.

##### 4.3.2.2. MPP hibrid cu 12 poli și două pachete rotorice

Acest model a fost studiat în varianta cu două pachete rotorice.

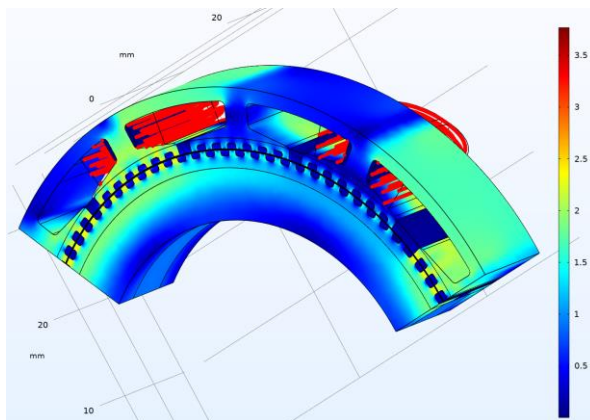


Figura 4.24 Distribuția inducției magnetice în domeniul studiat și liniile (cu roșu) densității de curent din bobinele fazei active.

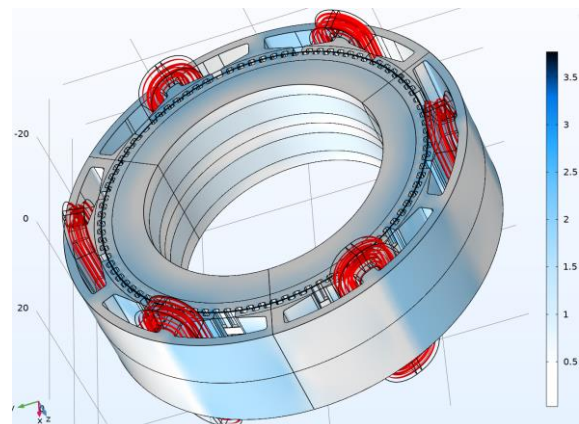


Figura 4.25 MPP hibrid cu două pachete rotorice și 12 poli în stator.

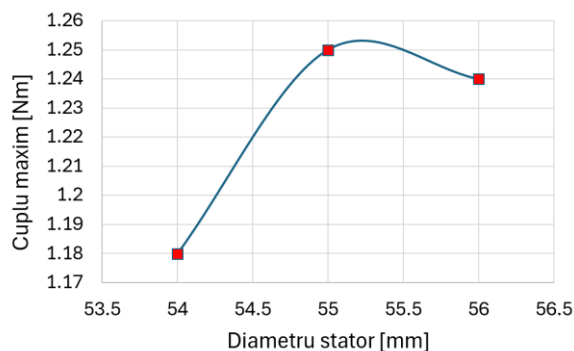


Figura 4.26 Cuplul de menținere a MPP hibrid cu două pachete rotorice și 12 poli, pentru diferite diametre ale statorului.

#### 4.3.2.3. MPP hibrid cu 24 poli și un pachet rotoric

MPP hibrid bifazat cu 24 poli a fost studiat în construcția cu un singur pachet în rotor. În

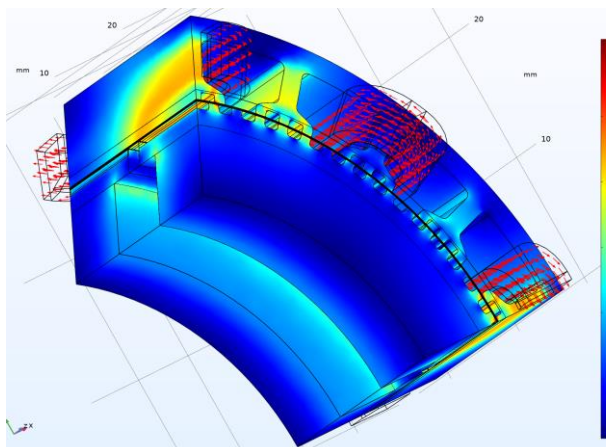


Figura 4.27 Distribuția inducției magnetice și vectorii (cu roșu) densității de curent pentru MPP cu 24 poli și un pachet rotoric.

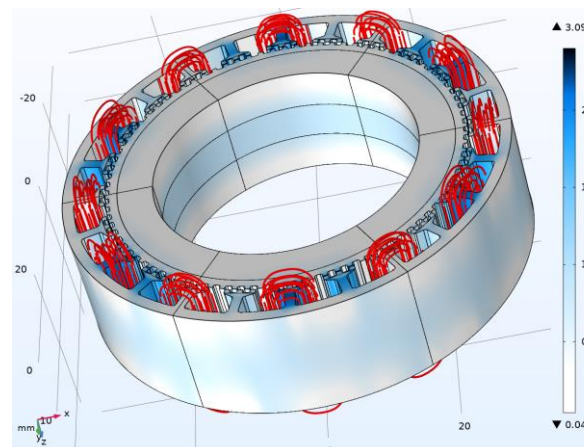


Figura 4.28 MPP hibrid cu un pachet rotoric și stator cu 24 poli.

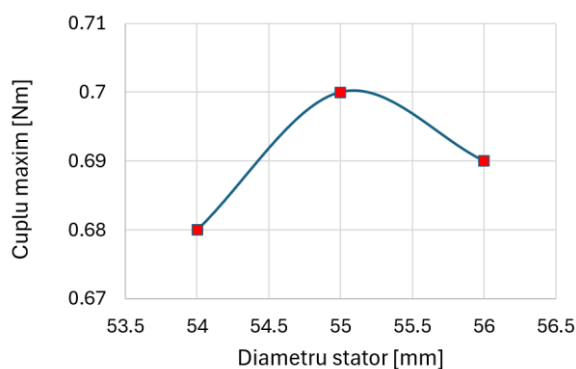


Figura 4.29 Cuplul de menținere a MPP cu un pachet rotoric și 24 poli pentru diferite diametre ale statorului.

figura 4.45 se observă modificarea cuplului de menținere în funcție de dimensiunea diametrului statorului. Valoarea cea mai mare a cuplului este de 0,7 Nm și s-a obținut pentru diametrul statorului de 55 mm și înălțimea magnetului permanent de 5 mm. Această valoare este sensibil mai mică decât a cuplului produs MPP hibrid cu un pachet rotoric și 12 poli.



#### 4.3.2.4. MPP hibrid cu 24 poli cu două pachete rotorice

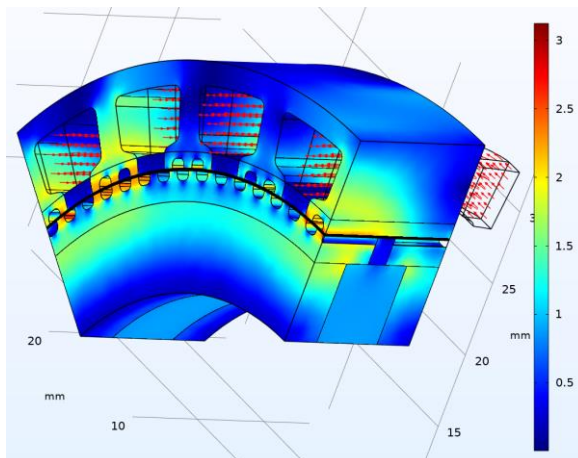


Figura 4.30. Distribuția inducției magnetice și vectorii (cu roșu) densității de curent pentru MPP cu 24 poli și două pachete rotorice.

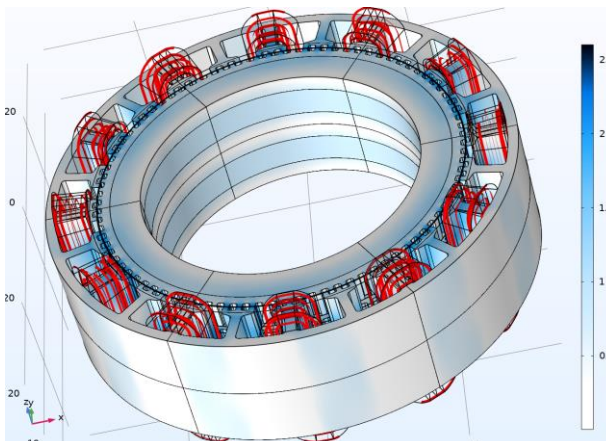


Figura 4.31 MPP hibrid cu două pachete rotorice și stator cu 24 poli.

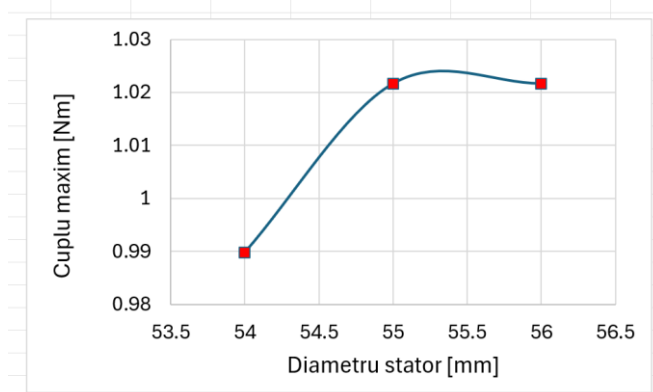


Figura 4.32 Cuplul de menținere a MPP cu 24 poli și două pachete rotorice.

În continuare este analizat tot un MPP hibrid cu 24 de poli, dar de această dată cu o construcție cu două pachete rotorice.

Cuplul acestui motor a fost mai mare decât acela al MPP hibrid cu același număr de poli și un pachet rotoric, dar mai mic decât cuplul obținut de motorul cu un număr mai redus de poli în stator.

#### 4.3.2.5. MPP hibrid cu 40 poli cu două pachete rotorice

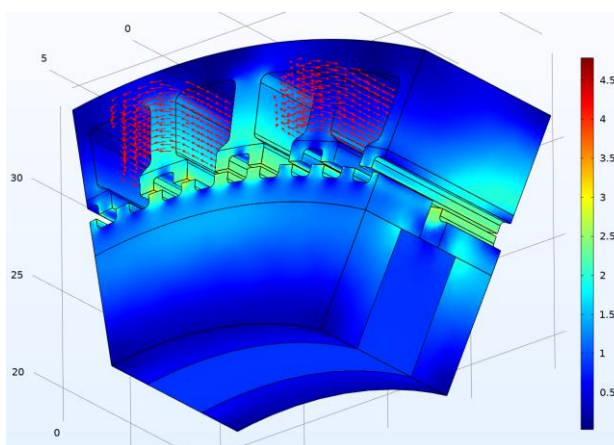


Figura 4.33 Distribuția inducției magnetice și vectorii (cu roșu) densității de curent pentru MPP cu 40 poli și două pachete rotorice.

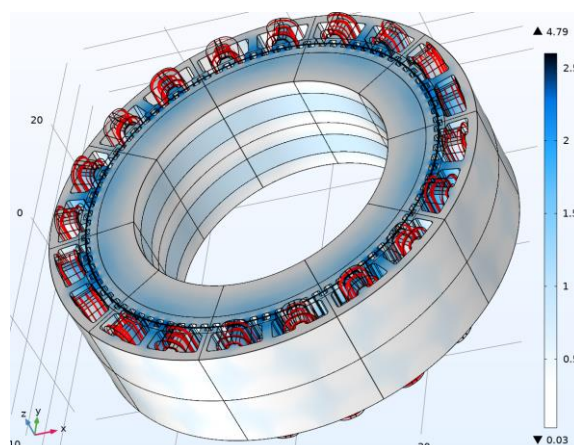


Figura 4.34 MPP hibrid cu două pachete rotorice și 40 de poli în stator.



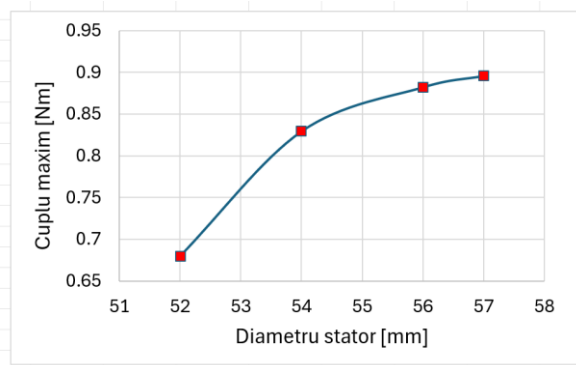


Figura 4.35 Cuplul de menținere a MPP cu 40 de poli, pentru diferite diametre ale statorului.

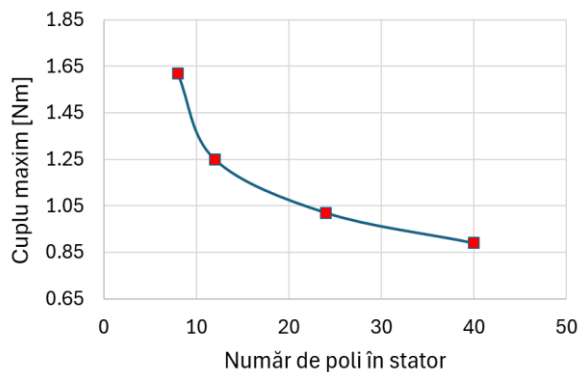


Figura 4.36 Cuplul de menținere a MPP cu două pachete rotorice în funcție de numărul de poli din stator.

Realizarea unui MPP hibrid cu 40 de poli la care dimensiunile sunt impuse și destul de mici, ca în cazul motorului studiat, nu este practică din cauza dimensiunilor foarte reduse a dinților și a bobinajului complex. Analiza acestui motor este prezentată în continuare din considerente teoretice, pentru a analiza cuplul de menținere. Pentru motoare cu diametre mari și alte topologii, realizarea unui motor cu număr mare de poli în stator poate fi avantajoasă.

Distribuția inducției magnetice și vectorii densității de curent în bobinele active sunt prezentate pentru domeniul de calcul în figura 4.52. Prin multiplicarea polară de 10 ori a sectorului de  $36^\circ$  calculat și oglindirea figurii după direcție axială, s-a obținut geometria completă a motorului și distribuțiile inducției și liniilor de curent din figura 4.53.

O comparație a cuplului maxim de menținere obținut pentru MPP hibride cu număr diferit de poli și două pachete rotorice este prezentată în figura 4.55.

## 5. ANALIZA UNUI MPP HIBRID ANIZOTROP CU STATORUL REALIZAT DIN TOLE ȘI ROTORUL DIN MATERIAL MASIV UTILIZÂND MODELUL NUMERIC 3D EXTINS

Pentru a analiza MPP hibrid bifazat cu statorul realizat din tole și aceleași date nominale definite în § 4.1, s-a utilizat modelul numeric tridimensional descris în § 4.2. Față de datele motorului studiat prezentate în § 4.1 se mai menționează și următorii parametri importanți, respectiv înălțimea magnetului permanent 3,5 mm, lățimea magnetului permanent 3,5 mm și 250 de spire pe bobină, ceea ce corespunde la o inductivitate de 250 mH.

Modelul tridimensional extins a fost modificat pentru a lua în considerare anizotropia magnetică a statorului. Calculul cuplului s-a realizat pentru poziția rotorului corespunzătoare unui decalaj de  $90^\circ$  electrice (sau  $1^\circ$  mecanic, reprezentând un sfert din pasul dentar), între dinții polilor statorului excitat și cei ai rotorului.

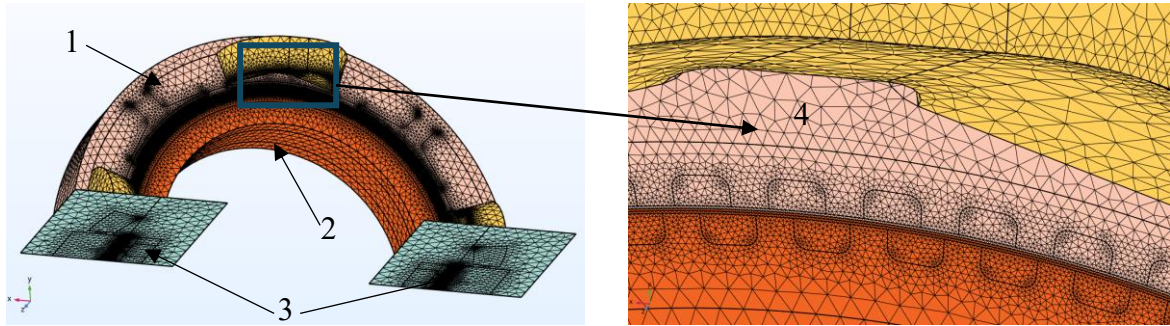


Figura 5.1 Modelul numeric 3D al MPP hibrid.

1 - Domeniile definite cu potențialul magnetic vector  $A$ , 2 - Domeniile definite cu potențial magnetic scalar  $V_m$ ; 3 - Condițiile de periodicitate, 4 - Detaliu rețea de discretizare la nivel de întrefier.

### 5.1. INFLUENȚA FACTORULUI DE ÎMPACHETARE A PACHETULUI DE TOLE ASUPRA CUPLULUI DE MENȚINERE

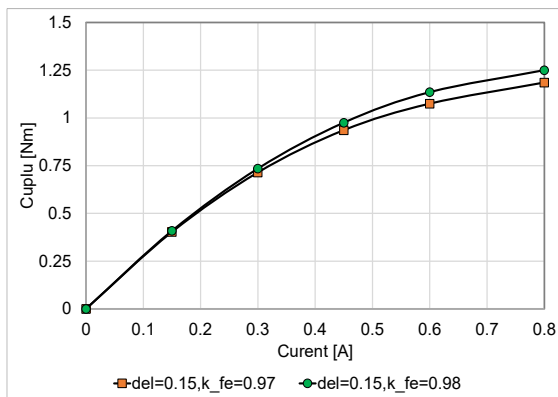


Figura 5.2 Caracteristica cuplu de menținere funcție de curent pentru  $k_{fe} = 0,97$  și  $0,98$ .

O primă analiză efectuată asupra motorului cu circuitul magnetic anizotrop în stator (stator realizat din tole), a fost analiza influenței factorului de împachetare a tolelor  $k_{fe}$  asupra cuplului de menținere. În figura 5.3 este prezentată variația cuplului de menținere a MPP hibrid studiat în funcție de curentul din înfășurarea statorului pentru doi factori de împachetare ușor diferiți:  $k_{fe} = 0,97$  și  $k_{fe} = 0,98$ . Astfel, cuplurile dezvoltate de MPP pot fi calculate cu precizie dacă se cunoaște tipul de tolă și izolația acesteia.

### 5.2. INFLUENȚA DIMENSIUNII ÎNTREFIERULUI ASUPRA CUPLULUI DE MENȚINERE

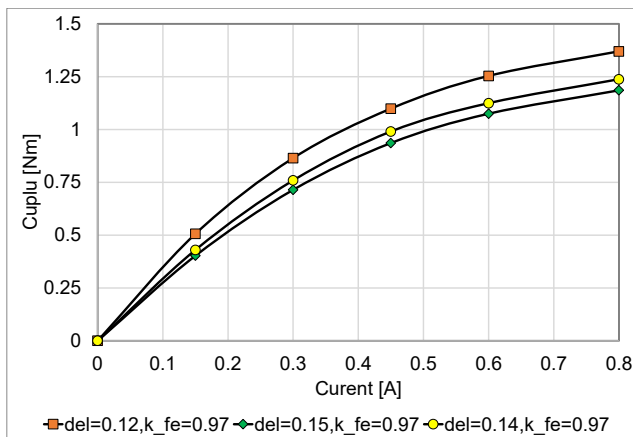


Figura 5.3 Caracteristica cuplu de menținere funcție de curent pentru trei dimensiuni ale întrefierului.

În figura 5.5 sunt prezentate curbele cuplului de menținere în funcție de curent pentru trei dimensiuni ale întrefierului și același factor de împachetare a tolelor statorului.

În figura 5.6, se prezintă curba cuplului static pentru două dimensiuni ale întrefierului menținând același factor de împachetare a tolelor,  $k_{fe} = 0,98$ .

Din analiza celor două curbe rezultă că reducerea cu 25% a dimensiunii întrefierului duce la o

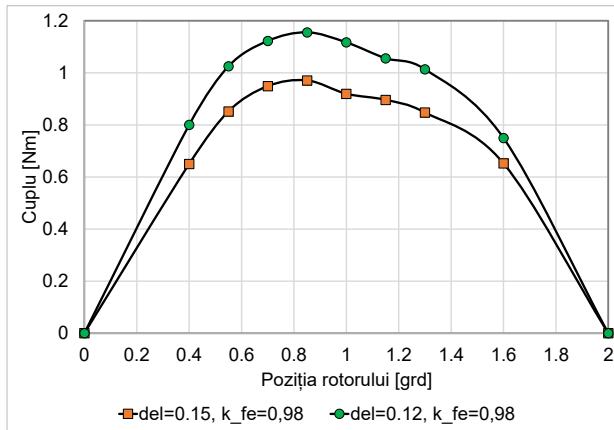


Figura 5.4 Caracteristica statică a cuplului pentru două mări ale întrefierului și același factor de împachetare a tolelor statorului.

### 5.3. COMPARAȚIE ÎNTRE MODELELE IZOTROP (STATOR MASIV) ȘI ANIZOTROP (STATOR DIN TOLE) ALE MPP HIBRID

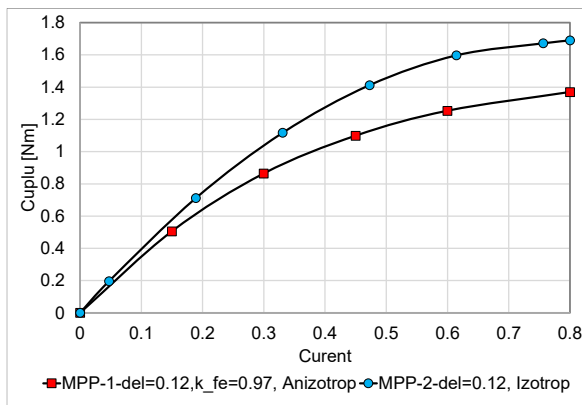


Figura 5.5 Cuplul de menținere în funcție de curent pentru MPP hibrid anizotrop și pentru motorul izotrop.

creștere cu aproximativ 20% a cuplului maxim. De asemenea, valoarea cuplului de menținere a MPP hibrid se obține în jurul valorii unghiului de deplasare a rotorului de  $0,85^\circ$  și nu de  $1^\circ$ . Această reducere importantă a cuplului odată cu creșterea întrefierului a fost observată și în cazul motorului cu statorul masiv (modelul izotrop), fiind specific motoarelor pas cu pas.

Comparația dintre cuplul produs de MPP hibrid cu statorul masiv, motor considerat izotrop, și cel produs de motorul cu statorul realizat din tole, motor anizotrop, s-a realizat folosind aceeași geometrie și aceleași materiale pentru ambele motoare.

Din cauza izolației nemagnetice dintre tole, reluctanța magnetică pe direcție axială a motorului anizotrop este semnificativ mai mare față de cea a motorului izotrop, motorul producând în jurul valorii nominale a curentului un cuplu cu aproximativ 20% mai mic. Această scădere a cuplului este

importantă și este specifică tuturor motoarelor cu câmp axial, cum ar fi și motoarele cu poli în gheară [4].

În figurile 5.8 și 5.9 se prezintă hărțile distribuției inducției magnetice pentru cele două tipuri de motoare. În cazul motorului cu statorul masiv, saturația magnetică la nivelul jugului este uniformă de-a lungul direcției axiale, de la un capăt la celălalt al motorului, figura 5.11. În schimb, pentru motorul cu stator realizat din tole, saturația magnetică este neuniformă, figura 5.10.

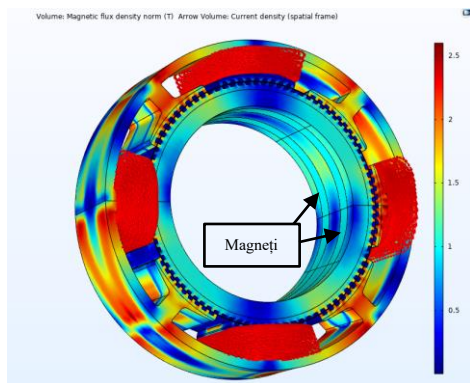


Figura 5.6 Harta inducției magnetice și a vectorului densității de curent (săgeți roșii) pentru un MPP hibrid cu stator din tole.

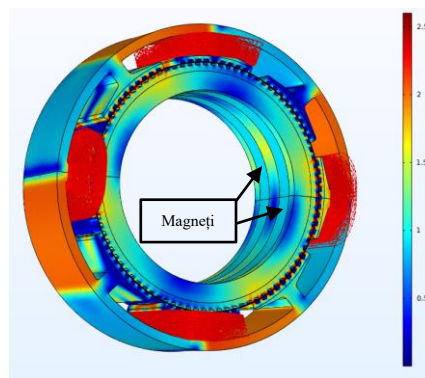


Figura 5.7 Harta inducției magnetice și a vectorului densității de curent (săgeți roșii) pentru un MPP hibrid cu stator masiv.

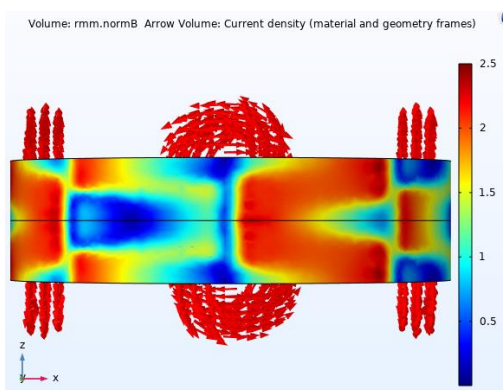


Figura 5.8 Harta inducției magnetice, detaliu la nivelul jugului și reprezentarea vectorului densității de curent (săgeți roșii) pentru un MPP hibrid cu statorul din tole.

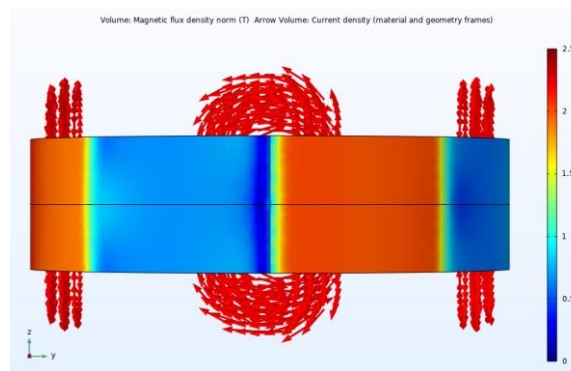


Figura 5.9 Harta inducției magnetice, detaliu la nivelul jugului și reprezentarea vectorului densității de curent (săgeți roșii) pentru un MPP hibrid cu statorul masiv.

#### 5.4. OPTIMIZAREA MPP HIBRID CU STATORUL DIN TOLE

În urma calibrării modelului numeric luând în considerare factorul de împachetare în stator  $k_{Fe} = 0,98$  și întrefierul  $\delta = 0,15$  mm, pentru care rezultatele numerice sunt foarte apropiate de măsurătorile experimentale, MPP a fost optimizat pentru a produce un cuplu de menținere mai mare.

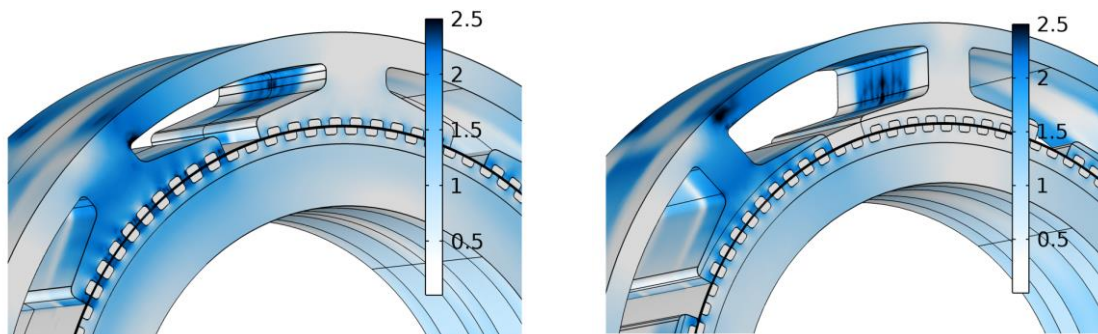


Figura 5.10 MPP hibrid cu statorul din tole: optimizat (stânga) și inițial (dreapta).

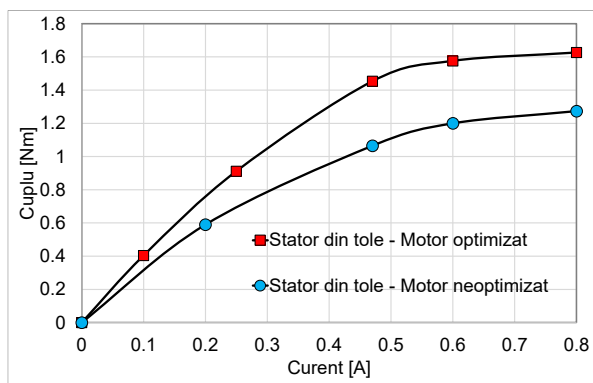


Figura 5.11 Cuplul de menținere funcție de curent pentru MPP hibrid optimizat și inițial.

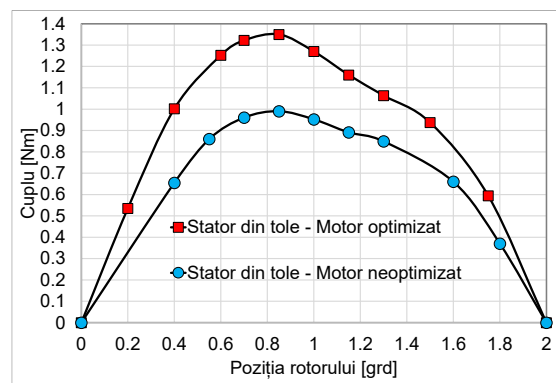


Figura 5.12 Caracteristica cuplului static al MPP hibrid optimizat și inițial.

Optimizarea MPP a produs o creștere importantă a cuplului de menținere cu aproximativ 36% pentru curentul nominal, păstrând aceeași anvelopă a motorului optimizat, curent de alimentare și rezistență a înfășurării statorului.

## 6. ANALIZA CUPLULUI DE RELUCTANȚĂ A MPP HIBRID



Figura 6.1 Împărțirea întrefierului în benzi de volume egale.

Pentru modele numerice utilizate pentru studiul cuplului de reluctanță. Acesta a fost calculat cu ajutorul relației lui Arrkio [16]. Aceasta a fost aplicată separat pentru fiecare dintre cele patru benzi ale întrefierului prezentate în figura 6.1. Considerând variația cuplului de reluctanță aproximativ sinusoidală, pentru ușurință, s-a calculat numai cuplul maxim de reluctanță în poziția de zero electric.

### 6.1. MODELUL NUMERIC 3D AL MPP HIBRID FORMULAT CU POTENȚIAL MAGNETIC VECTOR A

Primul model utilizat pentru calculul cuplului de dantură al MPP hibrid a fost formulat cu ajutorul potențialului magnetic vector **A**. Pentru această formulare au fost calculate patru valori ale cuplului corespunzătoare celor patru rețele de discretizare cu număr diferit de elemente finite.

Tabelul 6.1 Memoria de calcul utilizată pentru modelul definit cu potențialul vector **A**.

Număr de necunoscute	Memorie utilizată	Timpul de calcul
11,4 mil	58,31 GB	5 ore 15 minute
21,6 mil	65,42 GB	6 ore 10 minute
41,5 mil	93,57 GB	8 ore 13 minute
68,3 mil	120,27 GB	18 ore 8 minute



Cuplul de reluctanță calculat pentru fiecare din cele patru benzi ale întrefierului (figura 6.1), cât și pentru întregul întrefier, este prezentat în Tabelul 6.2.

Tabelul 6.2 Cuplul de dantură calculat pentru fiecare bandă a întrefierului.

Număr de necunoscute	Banda 1 [mNm]	Banda 2 [mNm]	Banda 3 [mNm]	Banda 4 [mNm]	Cuplul mediu [mNm]	Diferența dintre valoarea maximă și minimă [mNm]
11,4 mil	100,12	102,36	99,92	-	100,8	2,441
21,6 mil	90,53	90,06	88,19	90,0	89,694	2,338
41,5 mil	71,68	71,49	73,63	72,25	72,261	1,95
68,3 mil	63,17	63,35	64,08	64,31	63,729	1,138

## 6.2. MODELUL NUMERIC AL MPP HIBRID DEFINIT CU AJUTORUL POTENȚIALULUI MAGNETIC SCALAR $V_M$

În mod similar primului model definit cu ajutorul potențialului magnetic vector  $\mathbf{A}$ , s-au realizat patru modele MEF formulate cu ajutorul potențialului magnetic scalar  $V_m$  cu rețele de discretizare diferite.

În tabelul 6.4 se prezintă memoria de calcul utilizată, numărul de necunoscute asociate fiecărei rețele de discretizare și timpul de calcul necesar rezolvării problemei. Pentru rezolvarea acestor modele numerice s-a utilizat cel de al doilea PC cu specificațiile detaliate în tabelul 5.1.

Tabelul 6.3 Memoria și timpul de calcul pentru rezolvarea modelului definit cu potențialul  $V_m$ .

Număr de necunoscute	Memorie utilizată	Timpul de calcul
5,18 mil	17,63 GB	1 oră și 6 minute
6,26 mil	19,59 GB	1 oră și 28 minute
8,65 mil	26,2 GB	1 oră și 48 minute
14 mil	49,08 GB	7 ore și 36 minute

Tabelul 6.4 Cuplul de dantură calculat pentru fiecare bandă a întrefierului.

Număr de necunoscute	Banda 1 [mNm]	Banda 2 [mNm]	Banda 3 [mNm]	Banda 4 [mNm]	Cuplul mediu [mNm]	Diferența dintre cuplul minim și maxim [mNm]
5,18 mil	47,09	46,73	51,2	-	48,34	4,47
6,26 mil	51,7	53,13	52,16	52,59	52,395	1,43
8,65 mil	54,28	54,33	54,68	54,75	54,51	0,47
14 mil	63,41	63,47	62,14	63,25	63,0675	0,23

### 6.3. COMPARAȚIA DINTRE MODELUL NUMERIC DEFINIT CU POTENȚIAL MAGNETIC VECTOR A ȘI CEL DEFINIT CU POTENȚIALUL MAGNETIC SCALAR $V_M$

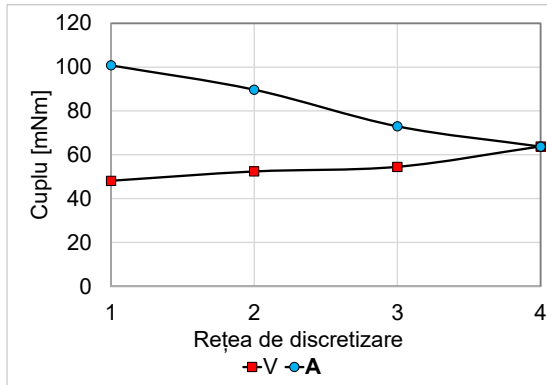


Figura 6.2 Cuplu de reluctanță în funcție de rețeaua de discretizare utilizată pentru cele două formulări potențiale utilizate.

În figura 6.10 se prezintă cuplul de reluctanță obținut în funcție de rețeaua de discretizare utilizată pentru cele două formulări potențiale ale modelelor numerice studiate (numărul rețelei crește odată cu numărul de elemente finite ale acestora, adică rețeaua 4 de discretizare este cea mai fină pentru ambele formulări potențiale). Din analiza celor două curbe se poate observa că pe măsură ce rețeaua de discretizare devine mai fină, cuplul de reluctanță calculat pentru cele două modele se apropie de o valoare comună.

### 6.4. COMPARAȚIE ÎNTRE CUPLUL DE RELUCTANȚĂ AL MPP HIBRID CU STATOR DIN TOLE, CU CEL AL MPP CU STATOR MASIV

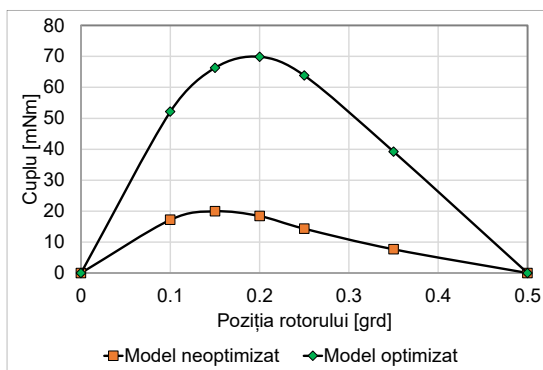


Figura 6.3 Curba cuplului de reluctanță a modelului numeric neoptimizat și optimizat.

În figura 6.11 se prezintă comparația cuplului de reluctanță pentru cele două modele numerice studiate. Se observă că modelul inițial are un cuplu de reluctanță maxim de 20 mNm, în timp ce cuplu de reluctanță al modelului optimizat este de 70 mNm. De asemenea, MPP hibrid optimizat are un cuplu de menținere mai mare, de 1,4 Nm, comparativ cu 1 Nm produs de motorul inițial.

## 7. REALIZAREA EXPERIMENTALĂ ȘI TESTAREA UNUI MPP HIBRID BIFAZAT CU STATORUL REALIZAT DIN TOLE

Fluxul tehnologic în fabricarea unui motor pas cu pas (MPP) hibrid bifazat presupune etape complexe, care includ: alegerea materialului feromagnetic de la producător și verificarea acestuia, prelucrarea materialului în funcție de tehnologia disponibilă, tratamentele aplicate materialului, precum și asamblarea pieselor finale.

Analiza prezentată în acest capitol are la bază prototipul unui MPP hibrid realizat de către compania ICPE S.A. [80], departamentul MESSICO, incluzând cele mai importante procese

de fabricație. De asemenea, modelele numerice prezentate în cadrul acestui capitol cu privire la posibilele abateri constructive, sunt bazate pe acest prototip experimental real, calculele prezentate fiind însă relative și orientative, demonstrând influența proceselor tehnologice asupra cuplului maxim produs de motor.

### 7.1. EXECUȚIA MPP HIBRID

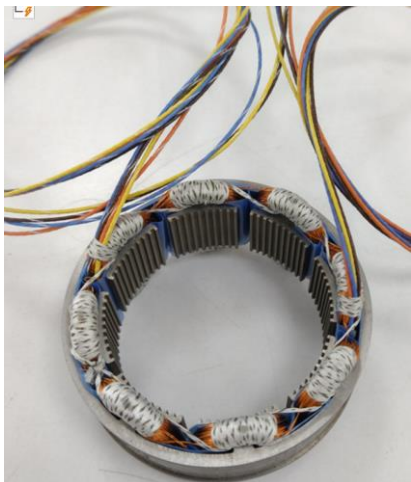


Figura 7.1 Statorul cu bobinajul executat al MPP hibrid.

Prototipul realizat de ICPE S.A. are specificațiile tehnice rezultate în urma modelelor prezentate în teză și precizate în § 4.1.

Pentru realizarea statorului, s-au folosit tole din "Vacoflux" cu o grosime de 0,35 mm, figura 7.1.a).

Rotorul este de tip "*double stack*", format din două pachete, adică are trei coroane, fiecare cu câte 90 de dinți ce încorporează doi magneți permanenți. Coroanele sunt realizate din material masiv „*Vacodur*”, iar magnetul permanent folosit este de tip  $Sm_2Co_{17}$ , figura 7.6.

În figura 7.8. se prezintă una dintre coroanele rotorice după tăierea cu electroeroziune și ansamblul format din coroanele rotorice și magneții permanenți, după rectificare.



Figura 7.2 Stânga – coroana rotorului cu 90 de dinți. Dreapta – ansamblu coroane rotorice-magneți permanenți.

### 7.3. VALIDAREA EXPERIMENTALĂ A MPP HIBRID BIFAZAT STUDIAT

#### 7.3.1. Platforma de testare al MPP hibrid

MPP hibrid bifazat realizat conform celor prezentate în § 7.1. a fost realizată pe bancul de testare prezentat din figura 7.14. Acesta a fost conceput pentru a permite fixarea statorului într-o carcasă, figura 7.15, montarea rotorului MPP hibrid pe ax, figura 7.16 și centrarea statorului față de rotor, figura 7.17, o operație mai delicată având în vedere că motorul este construit fără carcasă (construcție "*frameless*"), iar întrefierul are dimensiuni foarte reduse.



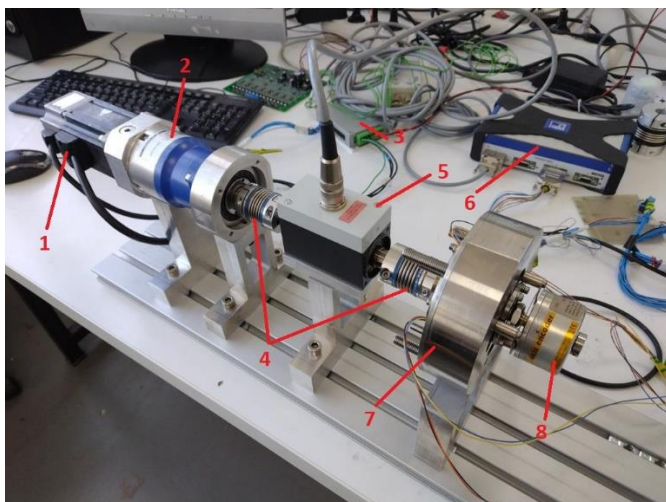


Figura 7.3 Banc de testare a MPP hibrid.

Cu ajutorul acestui banc de testare s-au determinat experimental caracteristicile statice ale cuplului MPP hibrid pentru diferite valori ale curentului din stator, a cuplului de menținere în funcție de curent și a cuplului de reluctanță, permițând verificarea performanțelor obținute în conformitate cu specificațiile tehnice stabilite.

### 7.3.2. Măsurarea cuplurilor parazite

Cuplul măsurat cu bancul de probă în absența curentului este compus din următoarele componente:

1. *Cuplul de reluctanță*
2. *Cuplurile de natură*
3. *Cuplul de frecări al bancului de testare.*
4. *Cupluri parazite.*

#### 7.3.2.1. Măsurarea cuplului de frecare a bancului de probă

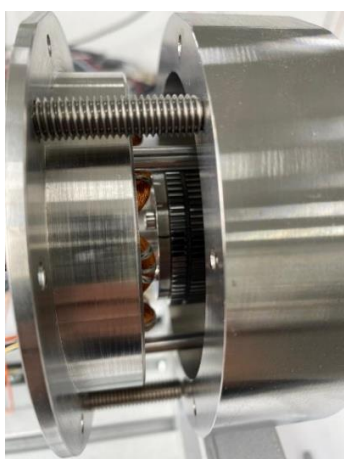


Figura 7.4 Scoaterea statorului din carcasă .

Pentru a putea separa cele patru componente ale cuplului parazit, primul cuplu măsurat a fost cuplul de frecare al bancului de testare. Acesta a fost măsurat având montat pe axul sistemului doar rotorul, statorul fiind îndepărtat din carcasă, figura 7.18.

Pentru a determina componentele cuplului măsurat cu precizie s-a calculat spectrul de armonici al curbei din figura 7.19, reprezentat în figura 7.21. Perioada caracteristicii cuplului măsurat este de  $360^\circ$  mecanice, adică o rotație completă. Din acest motiv, frecvențele sunt reprezentate în  $1^\circ$ .

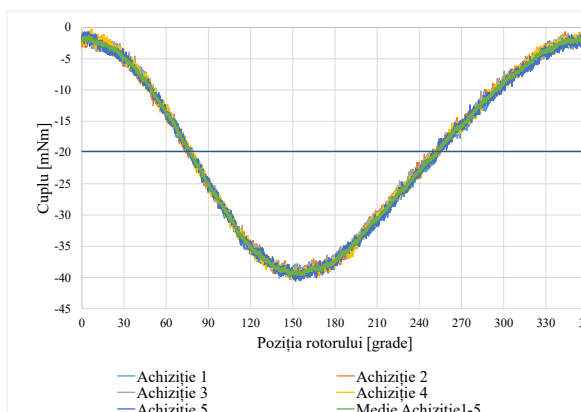


Figura 7.5 Cuplul de frecări al bancului de testare în funcție de poziția rotorului

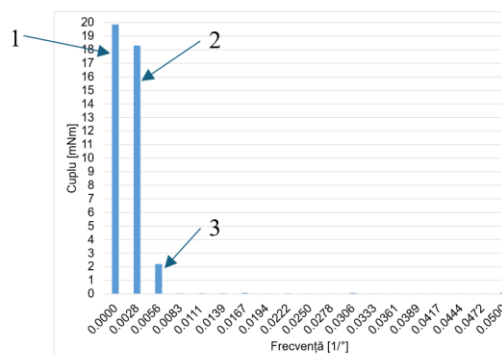


Figura 7.6 Analiza spectrală a cuplului de frecări al bancului de testare.

### 7.3.2.2. Măsurarea cuplului total cu MPP hibrid nealimentat

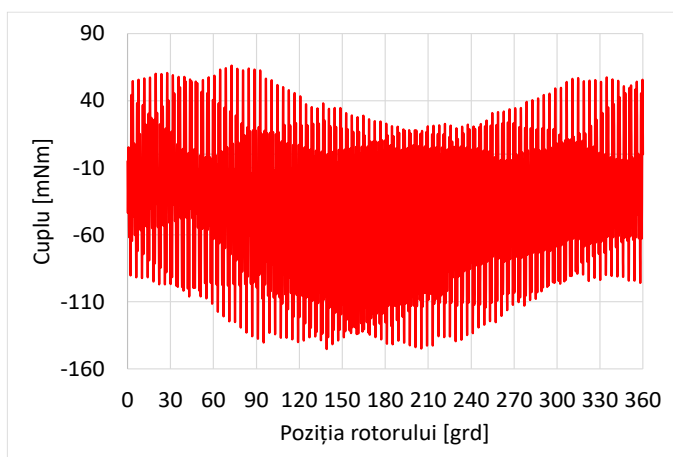


Figura 7.7 Variația cuplului cu poziția măsurată când MPP este nealimentat, la o turație de 1 rot/min.

Pentru a determina cuplul produs de MPP hibrid a fost montat și statorul acestuia, rotorul fiind rotit cu aceeași viteză constantă de 1 rot/min în absența alimentării MPP. Acest lucru a permis măsurarea unui cuplu total ce include cuplul de frecare al bancului de testare, cuplurile parazite, cuplul de încovoiere și excentricitate, cuplului de dantură a MPP și a cuplurilor de natură electromagnetică, datorat histerezisului magnetic și a curenților turbionari.

### 7.3.2.3. Determinarea curbei cuplului de reluctanță

Din cele două tipuri de măsurători explicate mai sus, realizate la aceeași turație de 1 rot/min, fără alimentarea MPP hibrid, în absența statorului și cu statorul MPP montat, se poate obține curba cuplului de dantură/reluctanță. Astfel, scăzând din curba măsurată cu statorul pus, curba cuplului măsurat fără stator vor dispărea cuplurile de frecare ale bancului de probă, precum și cuplul de încovoiere și de nealiniere. Ceea ce se obține este curba din figura 7.25, ceea ce reprezintă curba cuplului de reluctanță decalată cu un offset (linia roșie) produs de cuplul de natură electromagnetică și un eventual cuplu de frecări dintre stator și rotor.

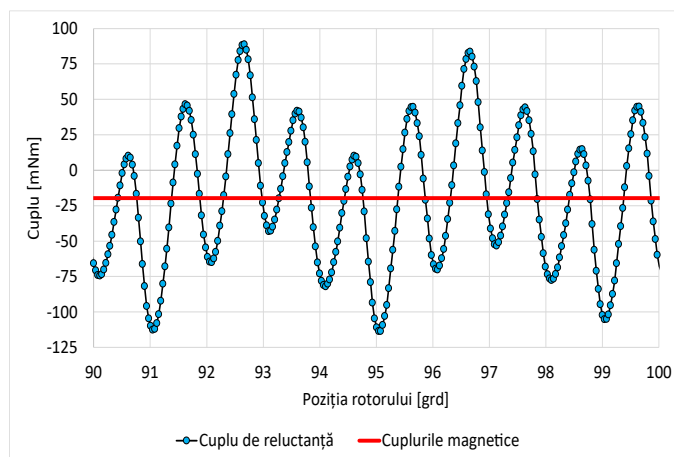


Figura 7.8 Cuplu de reluctanță și cuplurile magnetice în funcție de poziția rotorului pentru un interval de  $10^\circ$ .

### 7.3.3. Determinarea caracteristicii statice a cuplului MPP hibrid

Pentru a măsura cuplul de menținere în funcție de curent, una din fazele statorului a fost alimentată cu un curent cuprins în intervalul 0,038 A - 0,439 A, iar rotorul a fost învârtit cu ajutorul servomotorului și al reductorului la o viteză constantă de 1 rot/min.

În figura 7.27 se prezintă curba cuplului static al MPP, adică curba cuplului în funcție de poziția rotorului. Din această curbă a fost extras cuplul de frecări produs de standul de măsură.

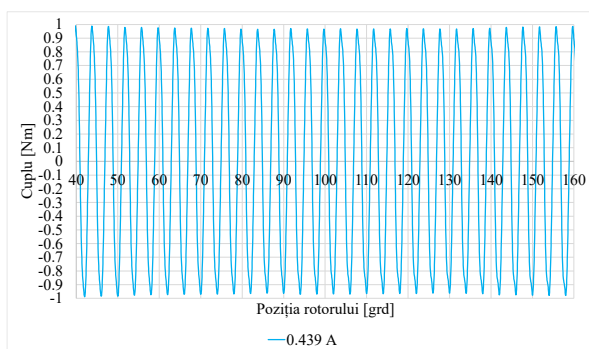


Figura 7.9 Cuplu static în funcție de poziția rotorului pentru un curent de 0,439 A.

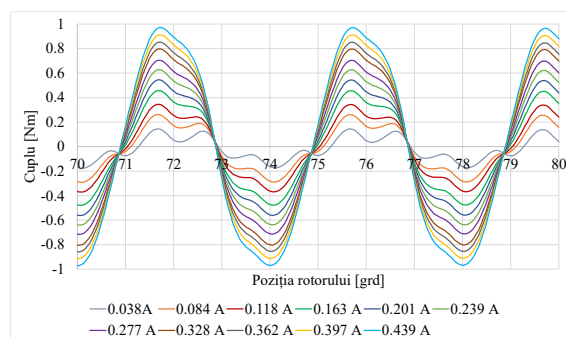


Figura 7.10 Cuplu static în funcție de poziția rotorului pentru diferiți curenți (de la 0,038A la 0,439A).

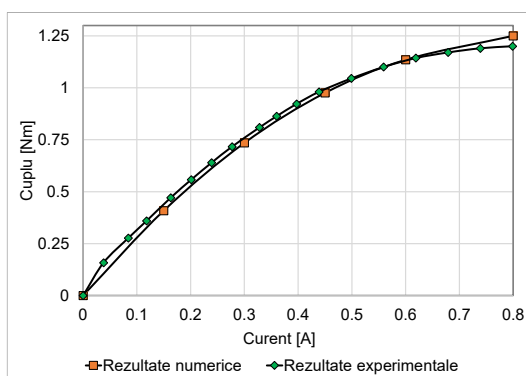


Figura 7.11 Dependența cuplului în funcție de curent: experimental și numeric.

În figura 7.29 se prezintă curba cuplului de menținere în funcție de curent măsurată experimental și cea rezultată din modelarea numerică. În cazul curbei calculată numeric, factorul de împachetare considerat a fost de 0,98 iar întrefierul MPP s-a considerat de 0,15 mm.

În figura 7.30 se prezintă curba cuplului static în funcție de poziția

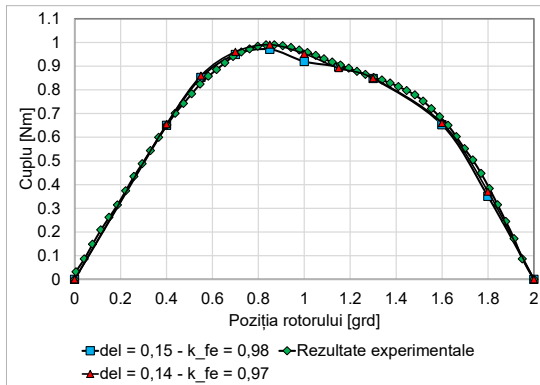


Figura 7.12 Cuplu în funcție de poziția rotorului pentru rezultatele numerice și rezultatele experimentale.

experimental, cu erori maxime de 2% pentru unghiul de  $0,85^\circ$  al rotorului.

rotorului măsurată experimental și două curbe ale cuplului obținute prin modelare numerică. Curbele obținute numeric s-au calculat pentru un factor de împachetare de 0,97 și întrefier de 0,15 mm, respectiv un factor de împachetare de 0,98 și întrefier de 0,14 mm. Așa cum se observă din figură, caracteristicile statice ale cuplului obținute prin modelare numerică sunt foarte apropiate de curba determinată

### 7.3.4. Comparația dintre rezultatele numerice și rezultatele experimentale

#### 7.3.4.1. Cuplul de reluctanță

În figura 7.31 este prezentată o comparație între curba cuplului de reluctanță obținută experimental și cea determinată numeric pentru varianta neoptimizată a MPP hibrid. Curba reprezentată prin puncte portocalii corespunde rezultatelor numerice obținute utilizând potențialul magnetic scalar  $V_m$  și cea mai fină rețea de discretizare. Curba cu puncte verzi este curba măsurată pentru motorul realizat fizic (ce corespunde variantei neoptimizate ale motorului), ale cărui măsurători au fost prezentate în capitolul anterior.

Se pot observa diferențe semnificative între cele două curbe. Aceste discrepante se explică, în principal, prin faptul că valorile absolute ale cuplului de reluctanță sunt cu aproximativ două ordine de mărime mai mici decât cele ale cuplului de menținere, fiind astfel situate sub pragul uzual de precizie al calculului numeric pentru această componentă.

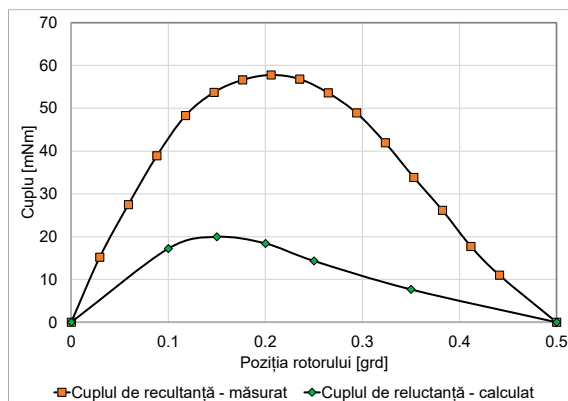


Figura 7.13 Cuplu de reluctanță al MPP hibrid – măsurat și calculat.

Concret, cuplul de reluctanță estimat numeric este de aproximativ 20 mNm, în timp ce valoarea măsurată experimental a fost în jur de 54 mNm. Totuși, trebuie menționat că măsurătorile experimentale, deși valide din punct de vedere al formei și frecvenței armonicilor (inclusiv a componentei fundamentale), sunt afectate de incertitudinea ridicată a traductorului de cuplu, care are o precizie declarată de 1%, echivalentă cu  $\pm 0,04$  Nm în intervalul său de măsurare.

#### 7.3.4.2. Cuplul de menținere

Valoarea măsurată a cuplului de menținere este apropiată de cea calculată. De asemenea, curba cuplului static (figura 7.30), obținută pentru curentul nominal, un factor de împachetare a tolelor de 0,97 și un întrefier de 0,14 mm, este foarte apropiată de cea măsurată, diferențele fiind sunt sub 5%. Rezultatele experimentale confirmă faptul că modelarea numerică poate fi precisă, erorile fiind cauzate în principal de incertitudinile privind dimensiunile motorului introduse de procesul tehnologic de fabricație.

## 8. CONSIDERENTE FINALE

Așa cum a fost declarat și în § 1.1., *Scopul lucrării*, autorul și-a propus ca studiu analiza motorului pas cu pas (MPP) hibrid bifazat. Complexitatea geometriei motorului cu 90 de dinți pe fiecare coroană a rotorului, întrefierul de dimensiuni foarte reduse, precum și includerea în domeniul de calcul a capetelor bobinelor fazei active din stator fac dificilă modelarea numerică.

### 8.1 REZULTATE OBȚINUTE

Autorul și-a propus să analizeze variante multiple ale unor motoare pas cu pas hibride plecând de la un model cu proprietăți constructive specifice. În același timp, prin rezultatele obținute se prezintă concluzii și observații personale privind analiza complexă, prin modelare numerică a acestui tip de motor. Multe dintre aceste rezultate pot fi desigur utilizate și pentru studiul altor motoare electrice prin modelarea câmpului magnetic în domenii tridimensionale, de mare complexitate. În continuare sunt prezentate succint rezultatele activității depuse.

Pentru a studia eficiența utilizării combinației dintre potențialul magnetic vector și cel scalar în modelarea tridimensională a câmpului magnetic a fost implementat un model numeric al unui MPP hibrid cu 300 de dinți în rotor și 48 de creștături în stator. Motorul este unul cu totul special având un unghi de deplasare pe pas de numai  $0,3^\circ$ , față de soluțiile comerciale ce au pasul de deplasare de  $1,8^\circ$ . Rezultatele numerice arată posibilități multiple de combinare a sub-domeniilor modelului studiat definite prin cele două potențiale magnetice.

Modelarea tridimensională cu ajutorul MEF a MPP hibrid implică rezolvarea de sisteme neliniare de dimensiuni foarte mari. De aceea, având la îndemână instrumentele de calcul potrivite, autorul și-a propus să analizeze metodele numerice iterative de calcul cele mai eficiente pentru calculul problemei de câmp, cu scopul de a reduce pe cât posibil timpii de calcul și memoria de calcul utilizată. Pentru aceasta au fost analizate 35 de combinații ale metodelor de rezolvare a sistemelor matriceale liniare și neliniare, folosind metode diverse de preconditionare.

Odată analizate metodele de calcul cele mai potrivite și utilizarea optimală a potențialului magnetic scalar în formulările tridimensionale, autorul a realizat o analiză prin modelare tridimensională cu ajutorul MEF a unui MPP hibrid bifazat cu 90 de dinți în rotor. Pentru aceasta, pe parcursul lucrării au fost folosite trei modele diferite, primul model fiind o variantă simplificată tridimensională în care s-a neglijat câmpul magnetic de scăpări, al doilea model a

constat în extinderea modelului anterior prin considerarea câmpului magnetic de scăpări și a capetelor frontale ale înfășurărilor, iar al treilea model a fost realizat prin modificarea celui de al doilea model prin considerarea anizotropiei magnetice a materialului statorului.

Pentru optimizarea MPP hibrid studiat au fost realizate 24 de geometrii diferite, cu parametrii geometrici diferiți, modificând numărul de poli de la 8 la 40, utilizând una, două sau trei pachete rotorice. Fiecare dintre aceste modele au necesitat reconstrucția geometriei și rezolvarea individuală a modelului numeric.

Pentru a determina cu precizie valorile foarte reduse ale cuplului de reluctanță, de doar câțiva zeci de mili-newtoni-metri, autorul dezvoltă niște modele numerice cu rezoluție foarte ridicată. Astfel, modelul bazat pe formularea potențialului magnetic vector are nu mai puțin de 68,3 milioane de necunoscute.

Confirmarea modelării numerice a MPP hibrid a fost obținută prin producerea și testarea unui prototip al unui MPP hibrid cu 90 de dinți în rotor, cu statorul realizat din tole. Măsurătorile experimentale confirmă că rezultatele numerice obținute sunt foarte precise, cu erori în jurul valorii de 3%, ceea ce este un rezultat excepțional.

Utilizând modelarea numerică, autorul a reușit optimizarea motorului studiat și creșterea cuplului de menținere a prototipului măsurat experimental, cu un procent de 30%.

## 8.2 CONTRIBUȚII ORIGINALE

Pornind de la un MPP hibrid bifazat real, cu date nominale prezentate, autorul realizează nu mai puțin de 80 de modele numerice tridimensionale de motoare pas cu pas, multe dintre acestea având o topologie complet diferită de varianta inițială. Complexitatea geometriei, precum și numărul mare de necunoscute rezultate au făcut acest studiu dificil din punct de vedere al modelării, necesitând sute de ore de calcul.

Pentru a analiza metodele cele mai eficiente pentru reducerea timpului și memoriei de calcul necesare rezolvării unor modele tridimensionale cu milioane de necunoscute, autorul a realizat un studiu privind combinarea potențialelor magnetic vector și scalar în cadrul unui model al unui MPP hibrid cu 300 de dinți. Domeniul de calcul a fost împărțit într-un mod original între subdomeniile ocupate de cele două potențiale, și diferit de recomandările și formulările găsite în lucrări similare de specialitate.

În § 3.5. autorul prezintă nu mai puțin de 35 de cazuri ce folosesc diferitele metode iterative de calcul cu precondiționări diverse a matricei coeficienților pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații liniare și neliniare. Astfel, a fost posibilă rezolvarea unui sistem liniar cu 40,32 milioane necunoscute în numai 1h și 18 minute și un sistem neliniar de aproximativ 9,65 milioane de necunoscute, în 50min, 59s. Analize similare au fost realizate în lucrările de specialitate pentru un număr redus de metode de calcul și/sau probleme cu un număr semnificativ mai mic de necunoscute [5,7,8,52].

Față de articole recente care tratează în special aspecte legate de optimizarea geometriei dinților MPP [10-15,75-77,79], autorul abordează un spectru mult mai larg de criterii de optimizare a unui MPP hibrid. Sunt analizate dimensiunea dinților, dar și pasul acestora,

dimensiunile magnetului permanent din rotor, a întrefierului, a jugului statoric sau a lățimii polilor din stator. În § 4.3 autorul realizează un studiu original al unui MPP hibrid cu o geometrie specială, de tip șaibă, cu diferența mică între diametrul exterior și diametrul interior. Sunt dezvoltate modele tridimensionale ale motorului cu unul, două sau trei pachete rotorice, și respectiv cu 8, 12, 24 și 40 de poli. *Pentru realizarea MPP hibride cu număr diferit de poli, autorul propune o metodă originală de modificare a polilor din axa lor de simetrie pentru ca dinții statorului și cei ai rotorului să fie plasați în pozițiile pentru care MPP funcționează corect. Numai în acest capitol s-au studiat 24 de geometrii a unor MPP hibride, fiecare având specificul ei, necesitând construcția, discretizarea și rezolvarea problemei separat.*

Un alt aspect important al lucrării este calculul prin modelare numerică a cuplului de reluctanță al MPP hibrid. Autorii ai unor lucrări ceva mai recente ce folosesc modelarea tridimensională bazată pe MEF a MPP hibrid nu au putut obține rezultate concludente ale acestui cuplu datorită valorilor lui foarte mici [9]. În această lucrare, *autorul reușește să obțină rezultate relevante cu modele cu sensibilitate crescută calculând prin modelare numerică un cuplu de numai 20 mNm.* Literatura de specialitate studiată nu conține rezultate similare.

Autorul mai propune în lucrare și o analiză spectrală a variației cuplului măsurat pe bancul de probă și o interpretare mai complexă a rezultatelor față de cea realizată de producător.

De asemenea, este important de menționat că modelarea numerică a MPP hibrid bifazat cu statorul realizat din tole, cel mai dificil și complex model dintre cele prezentate în lucrare, a permis *calculul caracteristicii statice a cuplului cu o eroare de sub 3% față de caracteristica măsurată.* Acest lucru confirmă acuratețea modelelor realizate de autor, precizia rezultatelor fiind semnificativă comparativ cu rezultate similare prezentate în lucrările de specialitate studiate.

Numărul relativ mare de modele prezentate în această teză de doctorat conținând topologii diverse ale unui motor pas cu pas hibrid, bifazat, de dimensiuni reduse, poate reprezenta o sursă de inspirație și un ghid util pentru proiectanții unor asemenea motoare. De asemenea, modelele numerice dezvoltate și tehnicile de calcul folosite în lucrare pot oferi soluții practice pentru rezolvarea sistemelor matriceale de dimensiuni mari, rezultate ca urmare a unei modelări complexe, tridimensionale, cu ajutorul MEF.

### 8.3 LISTA LUCRĂRILOR PUBLICATE

În timpul stagiului de doctorat (2021-2025) s-au publicat următoarele lucrări din domeniul de specialitate:

[1] **Teodor Ionut Ichim**, Ovidiu Craiu, „*Comparison of two bi-phase hybrid stepper motors, one with solid and the other with laminated stator*”, Rev. Roum. Sci. Techn.–Électrotechn. et Énerg 2025 (în curs de publicare)

[2] Craiu Ovidiu, **Ichim Teodor Ionut**, „*Geometrical optimization of a bi-phase hybrid stepper motor using FEM*”, University Politehnica of Bucharest Scientific Bulletin Series C-Electrical Engineering and Computer Science, Volume87 Issue1 Page 273-288, WOS:001445507200019

[3] **Teodor Ionuț ICHIM**, Ovidiu CRAIU, „Modelarea, realizarea practică și testarea unui motor pas cu pas hibrid bifazat”, Dificultăți și perspective, ACTUALITĂȚI ȘI PERSPECTIVE ÎN DOMENIUL MAȘINILOR ELECTRICE Volumul 2024, Numărul1 / SME'XX

[4] **Teodor Ionuț Ichim**, Ovidiu Craiu, Liviu Cristian Popescu, „Analyzing a three hundred teeth bi-phase hybrid stepper motor with different numbers of pole pairs”, Rev. Roum. Sci. Techn.–Électrotechn. et Énerg.Vol.68, 3, pp. 283–288, Bucurest, 2023, WOS:001087001200006

[5] Ovidiu Craiu, **Teodor-Ionut Ichim**, Liviu Popescu, „3D FEM Model of a Hybrid Stepper Using Scalar-Vector Potential Formulations, 2023 13th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE) | 979-8-3503-3193-6/23/\$31.00 ©2023 IEEE | DOI: 10.1109/ATEE58038.2023.10108283.

[6] Ovidiu Craiu, **Teodor-Ionuț Ichim**, Paul-Matei Craiu, „Analysis of Iterative Solvers used for Computing a 3D FEM Hybrid Stepper Model”, 2023 13th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE) | 979-8-3503-3193-6/23/\$31.00 ©2023 IEEE | DOI: 10.1109/ATEE58038.2023.10108283.

[7] Ovidiu Craiu, **Teodor Ionuț Ichim**, Liviu Popescu, „FEM study of a synchronous motor with different permanent magnet topologies”, U.P.B. Sci. Bull., Series C, Vol. 85, Iss. 1, 2023, ISSN 2286-3540. WOS:000983211300012.

[8] Ovidiu Craiu, **Teodor Ionut Ichim**, Leonard Marius Melcescu, Liviu Popescu, „Optimization of a High Torque Density Small Hybrid Stepper using 3D FEM Model”, 2022 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM) | 978-1-6654-8459-6/22/\$31.00©2022IEEE | DOI: 10.1109/SPEEDAM53979.2022.9842105, WOS:001429387900101.

[9] Ovidiu Craiu, **Teodor-Ionuț Ichim**, „FEM - Analysis of eddy currents in a BLDC stator liner”, U.P.B. Sci. Bull., Series C, Vol. 84, Iss. 1, 2022 ISSN 2286-3540. WOS:000809277600012.

Lucrările publicate înaintea stagiului de doctorat:

[1] Ovidiu Craiu , **Teodor Ionuț Ichim**, „FEM - Circuit Model of a BLDC Motor to Study Phase Advance and Dwell Control”, 2021 12th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE) | 978-1-6654-1878-2/20/\$31.00 ©2021 IEEE | DOI: 10.1109/ATEE52255.2021.9425320, WOS:000676164800152.

[2] O. Craiu ,**T.I. Ichim**, FEM – „PWM Circuit Model of a BLDC Motor using COMSOL”, 2020 International Symposium on Fundamentals of Electrical Engineering (ISFEE) | 978-1-7281-9038-9/20/\$31.00 ©2020 IEEE | DOI: 10.1109/ISFEE51261.2020.9756145. WOS:000812321500015.

[3] Ovidiu CRAIU ,Leonard MELCESCU, **Teodor Ionuț ICHIM**, „Dimensionarea unei înfășurări de amortizare cu ajutorul modelării numerice, pentru atenuarea oscilațiilor unui



*actuator cu unghi limitat*”, Actualități și perspective în domeniul mașinilor electrice SME20, ISSN / ISSN-L: 1843-5912 <https://www.doi.org/10.36801/apme.2020.1.14>.

[4] Ovidiu Craiu, **Teodor Ionuț Ichim**, Leonard Melcescu, „*Aspecte practice privind proiectarea asistată prin modelarea numerică cu ajutorul programului COMSOL a unui motor fără perii de C.C.*”, Actualități și perspective în domeniul mașinilor electrice SME19, ISSN / ISSN-L: 1843-5912 <https://www.doi.org/10.36801/apme.2019.1.9>

#### 8.4 PERSPECTIVE DE DEZVOLTARE ULTERIOARĂ

Pornind de la experiența dobândită în cadrul studiilor de licență și de masterat, în care autorul a implementat modelarea numerică a unui motor asincron cu colivie printr-un model câmp-circuit complex, iar apoi modelarea câmp-circuit a unui sistem de acționare electrică compus dintr-un învertor cuplat ce alimentează un motor BLDC, analizând metode de extindere a domeniului de viteză prin tehnici precum comutația avansată („*phase advance*”) și comutația întârziată („*dwelling control*”), autorul și-a exprimat dorința de a continua cercetarea în acest domeniu. Cuplată cu activitatea de inginer proiectant la ICPE SA, departamentul MESSICO, împreună cu conducătorul de doctorat autorul continuă analiza complexă a motoarelor electrice prin modelare numerică prin dezvoltarea unor modele complexe tridimensionale pentru studiul unor motoare MPP hibride, bifazate.

Autorul își propune să continue această direcție de dezvoltare prin integrarea modelului numeric realizat în COMSOL cu un model al sistemului de acționare dezvoltat în Matlab-Simulink, sau printr-o modelare de tip câmp-circuit, pentru a studia comportamentul dinamic al MPP hibrid. O idee a direcției de dezvoltare a acestei cercetări o reprezintă posibilitatea studiului prin modelare numerică a tehnicilor de comanda folosite la motoarele BLDC, precum „*phase advance*” și „*dwelling control*”, și pentru MPP hibride.

De asemenea, autorul își propune ca în continuare să continue aprofundarea metodelor de măsurare experimentală a acestor motoare, precum și a motoarelor electrice în general, cu accent pe motoarele de dimensiuni reduse, pentru a separa și măsura cu mare precizie cuplurile parazite de cuplurile utile dezvoltate sau pentru a studia comportamentul dinamic al mașinii.

Nu în ultimul rând, autorul își propune ca experiența acumulată prin studiile realizate cu ocazia cercetării doctorale să o transmită mai departe studenților săi prin activitatea didactică pe care o desfășoară. Pentru aceasta, autorul își propune ca în viitorul apropiat să contribuie la realizarea unor standuri de probă cu motoare pas cu pas sau cu alte motoare cu magneți permanenți, pentru a fi folosite ca material didactic.

## 9. BIBLIOGRAFIE SELECTIVĂ

[1] M. K. Jenkins, D. Howe, and T. S. Brich, “*An improved design procedure for hybrid stepper motors*” IEEE Trans. Magn., vol. 26, pp. 2535–2537, 1990.

[2] J. W. Finch, *Design method for torque estimation in stepping and switched reluctance motors*, 1994 The Institution of Electrical Engineers Printed and published by the IEE Savoy Place London WC2R OBL UK.

[3] Ki-Bong Jang, Seong-Yeop Lim, Tae-Bin Lim, Chang-Sung Jin, Yun-Hyeon Cho, Young-Tae Kim, and Ju Lee, Member, IEEE, “*2-D FE Analysis of Hybrid Stepping Motor Using Virtual Magnetic Barrier*”, IEEE Transaction on magnetics, VOL. 39, NO. 5, SEPTEMBER 2003.

[4] Samuel Müller, Marina Keller, Alexander Enssle, Anna Lusiewicz, Philipp Präg, David Maier, Julian Fischer, Prof. Dr.-Ing. Nejila Parspour, “*3D-FEM Simulation of a Transverse Flux Machine Respecting Nonlinear and Anisotropic Materials*”, Excerpt from the Proceedings of the 2016 COMSOL Conference in Munich.

[5] T. Kosaka and N. Matsui, “*Simple nonlinear magnetic analysis for three-phase hybrid stepping motors*”, Proc. IEEE Industrial Applications Conf., vol. 1, pp. 126–131, 2000

[6] M.R. Harris, A. Hughes, P.J. Lawrenson, “*Static Torque Production in Saturated Doubly Salient Machines*”, Proc. IEE, Vol. 122.

[7] C. Stuebig and B. Ponick, “*Comparison of Calculation Methods for Hybrid Stepping Motors*”, in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 48, no. 6, pp. 2182-2189, Nov.-Dec. 2012, doi: 10.1109/TIA.2012.2226994.

[8] Cornelia Stuebig, Bernd Ponick, *Determination of Air Gap Permeances of Hybrid Stepping Motors for Calculation of Motor Behaviour*, Proceedings of the 2008 International Conference on Electrical Machines

[9] Alexander Oswald, Hans Georg Herzog, “*Investigation of the usability of 2D- and 3D-FEM for a hybrid stepper motor*”, 978-1-4244-4252-2/09/\$25.00 ©2009 IEEE.

[10] K. R. Rajagopal, B. Singh, and B. P. Singh, “*Optimal Tooth-Geometry for Specific Performance Requirements of a Hybrid Stepper Motor*”, Digital Object Identifier 10.1109/TMAG.2003.816725, 0018-9464/03\$17.00 © 2003 IEEE.

[12] I. Ionică, M. Modreanu, A. Morega, C. Boboc, “*Influence Analysis of the Geometry and Materials For the Electromagnetic Torque Calculation on a Stepper Motor*”, The 13th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering March, 23-25, 2023, Bucharest, Romania, ISBN: 979-8-3503-3193-6/23/\$31.00 ©2023 IEEE.

[13] I. Ionică, M. Modreanu, A. Morega and C. Boboc, “*Geometry Influence on the Electromagnetic Torque Calculation of a Stepper Motor*” 2021 12th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE), 2021, pp. 1-7.

[14] Ioana IONICĂ, Mircea MODREANU, Alexandru MOREGA, Cristian BOBOC, „*Numerical Analysis of a Hybrid Stepper Motor for the Electromagnetic Torque Calculation*”, THE 11th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering March 28-30, 2019, Bucharest, Romania, 978-1-7281-0101-9/19/\$31.00 ©2019 IEEE.

[15] Ioana IONICĂ, Mircea MODREANU, Alexandru MOREGA, Cristian BOBOC, „*Design and Modeling of a Hybrid Stepper Motor*”, THE 10th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering March 23-25, 2017, Bucharest, Romania.

[20] Paul Acarnley, „*Stepping Motors a guide to theory and practice 4th edition*”, IET CONTROL ENGINEERING SERIES 63. Published by The Institution of Engineering and Technology, London, United Kingdom.

[34] Luca Mariolo, Alberto Rubino, Davide Spelta, Lucia Frosini “*Modeling of Hybrid Stepper Motor Finalized to the Optimization of the Holding Torque*” 978-1-7281-7615-4/21/\$31.00 ©2021 IEEE

[35] Ovidiu Craiu, **Teodor Ionuț Ichim**, Leonard Marius MELCESCU, Liviu POPESCU, “*Optimization of a High Torque Density Small Hybrid Stepper using 3D FEM Model*”, Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM) 2022.

[51] A. Arkkio, *Analysis of Induction Motors Based on the Numerical Solution of the Magnetic Field and Circuit Equations*, PhD Thesis, Helsinki 1987.

[52] T. Kosaka, C. Pollock\*, N. Matsui\*\*, *3 Dimensional finite element analysis of hybrid stepping motors taking inter-lamination gap into account*, 2004 The Institution of Electrical Engineers. Printed and published by the IEE, Michael Faraday House. Six Hills Way. Stevenage. SG1 2AY

[53] Seong Gu Kang, Dennis K. Lieu, “*Torque Analysis of Combined 2D FEM and Lumped Parameter Method for a Hybrid Stepping Motor*”, 0-7803-8987-5/05/\$20.00 ©2005 IEEE

[54] J. W. Finch, *Design method for torque estimation in stepping and switched reluctance motors*, 1994 The Institution of Electrical Engineers Printed and published by the IEE Savoy Place London WC2R 0BL UK

[55] Ovidiu Craiu, **Teodor-Ionuț Ichim**; Liviu Cristian Popescu, „*3D FEM Model of a Hybrid Stepper Using Scalar-Vector Potential Formulations*”, Published in: 2023 13th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE), DOI: 10.1109/ATEE58038.2023.10108283

[56] **Teodor Ionuț Ichim**, Ovidiu Craiu, Liviu Cristian Popescu, „*Analyzing a three hundred teeth bi-phase hybrid stepper motor with different numbers of pole pairs*”, Rev. Roum. Sci. Techn.–Électrotechn. et Énerg. Vol.68, 3, pp. 283–288, Bucharest, 2023, WOS:001087001200006

[57] Murat Onsal, Yucel Demir, Metin Aydin, M.K. Guven, “*Impact of Airgap on the Performance of 3-Phase Permanent Magnet Hybrid Stepper Motor*”, IECON 2021 - 47th

Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society | 978-1-6654-3554-3/21/\$31.00  
©2021 IEEE | DOI: 10.1109/IECON48115.2021.958926.

[63] S. Duff, A. M. Erisman, and J. K. Reid. *Direct methods for sparse matrices*. Oxford University Press, London, 1986

[64] Grecu Luminița, -note de curs, *METODE ȘI PROGRAME DE CALCUL NUMERIC*, IMST.

[65] Jianping Zhu, Yingying Liu, Wei Zhuang, Wanchun Tang, „Fast thermal analysis of TSV-based 3D-ICs by GMRES with symmetric successive over-relaxation (SSOR) preconditioning”, 2015 IEEE Electrical Design of Advanced Packaging and Systems Symposium (EDAPS).

[66] R. Lister;J.V. Stone, „Error functions, error signals, and conjugate gradient back propagation”, 1995 Fourth International Conference on Artificial Neural Networks

[67] Abal-Kassim Cheik Ahamed;Frédéric Magoulès,” *Iterative Methods for Sparse Linear Systems on Graphics Processing Unit*”, 2012 IEEE 14th International Conference on High Performance Computing and Communication & 2012 IEEE 9th International Conference on Embedded Software and Systems

[74] K. R. Rajagopal, B. Singh and B. P. Singh, "Optimal tooth-geometry for specific performance requirements of a hybrid stepper motor" in IEEE Transactions on Magnetics, vol. 39, no. 5, pp. 3010-3012, Sept. 2003.

[78] <https://www.vacuumschmelze.com/> (13.04.2025)

[80] <https://www.icpe.ro/ro/> (13.04.2025)

[81] Fu, Z.; Liu, Z.; Liu, X. A, „Dual-Redundancy Two-Phase Hybrid Stepping Motor for Satellite Antenna Drive System.” Energies 2022, 15, 1612. <https://doi.org/10.3390/en15051612>

[87] Craiu Ovidiu, **Ichim Teodor Ionuț**, „Geometrical optimization of a bi-phase hybrid stepper motor using FEM”, University Politehnica of Bucharest Scientific Bulletin Series C- Electrical Engineering And Computer Science, Volume87 Issue1 Page 273-288, WOS:001445507200019

[88] Ovidiu Craiu, **Teodor-Ionuț Ichim**, Paul-Matei Craiu, „Analysis of Iterative Solvers used for Computing a 3D FEM Hybrid Stepper Model”, 2023 13th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE) | 979-8-3503-3193-6/23/\$31.00 ©2023 IEEE | DOI: 10.1109/ATEE58038.2023.10108283.

[89] Ovidiu Craiu, **Teodor Ionuț Ichim**, Liviu Popescu, FEM study of a synchronous motor with different permanent magnet topologies, U.P.B. Sci. Bull., Series C, Vol. 85, Iss. 1, 2023, ISSN 2286-3540. WOS:000983211300012.

[90] Ovidiu CRAIU, **Teodor-Ionuț ICHIM**, *FEM - Analysis of eddy currents in a BLDC stator liner*, U.P.B. Sci. Bull., Series C, Vol. 84, Iss. 1, 2022 ISSN 2286-3540. WOS:000809277600012.

[91] <https://www.comsol.com/> (13.04.2025)